

POSTUPNOSTI

Postupnosť je funkcia definovaná na množine **prirodzených čísel**.

Postupnosť označujeme $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ - sú členy postupnosti
 a_n - je n-tý člen postupnosti

$N = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$ - množina prirodzených čísel

$$D(f) = N$$

$$H(f) = R \quad \text{tvoria ho členy postupnosti}$$

Postupnosť je teda špeciálny prípad funkcie.

Postupnosť môže byť:

1./ Nekonečná - $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ jej $D(f)$ sú všetky prirodzené čísla

2./ Konečná - $\{a_n\}_{n=1}^k$ ak je definovaná na určitej konečnej podmnožine $\{1; 2; 3; \dots; k\}$

Určenie postupnosti: (4 spôsoby)

1./ Predpisom pre n-tý člen napr. $\{3n - 1\}_{n=1}^{\infty}$

2./ Rekurentne - to znamená , že je daný prvý člen alebo niekoľko prvých členov a predpis, podľa ktorého vypočítame nasledujúce členy pomocou predchádzajúcich

3./ Vymenovaním niekoľkých členov postupnosti

4./ Grafom - grafom postupnosti je množina izolovaných bodov, ktoré majú tvar $A_n = [n; a_n]$, kde $n \in N$, $a_n \in R$

Vlastnosti postupnosti:

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ **je rastúca** , ak pre ľubovoľné prirodzené číslo n platí

$$a_n < a_{n+1}$$

(nasledujúci člen je väčší ako predchádzajúci člen)

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ **je klesajúca**, ak pre ľubovoľné prirodzené číslo n platí

$$a_n > a_{n+1}$$

(nasledujúci člen je menší ako predchádzajúci člen)

Špeciálne postupnosti:

I./ Aritmetická

II./ Geometrická

I. Aritmetická postupnosť

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **aritmetická**, ak **rozdiel nasledujúceho a predchádzajúceho** člena je konštantný a rovná sa číslu d .

d – je diferenciacia (rozdiel) aritmetickej postupnosti .

Platí $a_{n+1} - a_n = d$

V aritmetickej postupnosti platí :

1./ **n-tý člen sa vypočíta** : $a_n = a_1 + (n-1)d$

2./ **pre a_r, a_s člen platí** : $a_r = a_s + (r-s)d$

3./ **súčet prvých n- členov** sa vypočíta: $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

4./ **diferencia d** sa vypočíta: $d = a_{n+1} - a_n$

Aritmetická postupnosť má názov **aritmetická** preto, lebo každý jej člen (okrem prvého) je **aritmetickým priemerom susedných dvoch**.

Teda platí : $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$

Zapamätať si: !!!

Diferencia d je charakteristická pre **aritmetickú postupnosť**.

II. Geometrická postupnosť

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **geometrická**, ak **podiel nasledujúceho a predchádzajúceho** člena je konštantný a rovná sa číslu **q**.

q – je **kvocient** (*podiel*) geometrickej postupnosti .

$$\text{Platí : } \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

V geometrickej postupnosti platí:

1./ **n- tý člen sa vypočíta** : $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

2./ **pre a_r, a_s člen platí** : $a_r = a_s \cdot q^{r-s}$

3./ **súčet prvých n- členov** sa vypočíta: $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ak $q \neq 0$

$$s_n = n \cdot a_1 \text{ ak } q = 1$$

4./ **kvocient q** sa vypočíta: $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

Geometrická postupnosť má názov **geometrická** preto, lebo absolútna hodnota každého jej člena okrem prvého je **geometrickým priemerom susedných dvoch**.

$$|a_n| = \sqrt{a_{n+1} \cdot a_{n-1}}$$

Zapamätať si: !!!

kvocient q je charakteristický pre **geometrickú postupnosť**

Využitie geometrickej postupnosti:

-na úlohách o prírastku obyvateľstva, úspor atď...

počítame podľa vzorca:

$$a_n = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

a_0 - je začiatočná hodnota

a_n - je konečná hodnota

n - počet období

p - percentá prírastku