# 2.6 Postupnosti

## Postupnosti

Vysvetlite pojmy: postupnosť, člen postupnosti, konečná a nekonečná postupnosť, graf postupnosti. Opíšte možnosti zadania postupnosti a základné vlastnosti postupnosti.

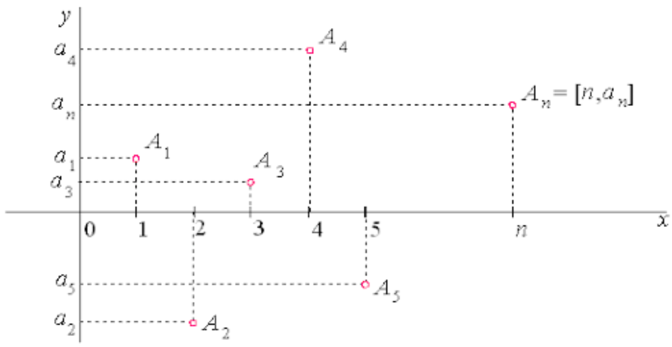
**Postupnosť =** funkcia definovaná na ľubovoľnej podmnožine prirodzených čísel.

**Člen postupnosti =** je jednotlivá funkčná hodnota funkcie, ktorá je postupnosťou.

**Konečná postupnosť =** postupnosť, ktorá má konečný počet prvkov

**Nekonečná postupnosť** = postupnosť, ktorá má konečný počet prvkov

**Graf postunosti** je množina izolovaných bodov




**Opíšte možnosti zadania postupnosti:** 10;12;14;16;18;20;22;24;26

a) Vymenovaním členov — $a_1 = 10; a_2 = 12; a_3 = 14; \ldots$

b) Určením charakteristickej vlastnosti — Postupnosť párnych dvojciferných prirodzených čísel menších ako 27.

c) Vzorcom pre n-tý člen — $\{2n + 8\}_{n=1}^{9}$

d) Rekurentne určenie je v tvare: — $a_{n+1} = a_1 + 2, kde\ a_1 = 10\ a\ n < 9$

**Základné vlastnosti postupnosti:**

Postupnosť {an } je (n < n+1)

- rastúca ak pre všetky n є N platí: an < an + 1
- neklesajúca ak pre všetky n є N platí: an ≦ an + 1
- klesajúca ak pre všetky n є N platí: an > an + 1
- nerastúca ak pre všetky n є N platí: an ≧ an + 1

Rastúca, neklesajúca, klesajúca alebo nerastúca postupnosť sa nazýva monotónna postupnosť.

## Aritmetická postupnosť

Definujte aritmetickú postupnosť, popíšte základné vlastnosti aritmetickej postupnosti. Uveďte základné vzťahy, ktoré platia pre výpočet n – tého člena danej postupnosti, vzťahy pre ľubovoľné dva členy postupnosti a vzťah pre súčet prvých n členov postupnosti. Uveďte vhodné príklady na danú postupnosť a aplikujte na nich dané vzorce.

**Aritmetická postupnosť** je aritmetickou práve vtedy, keď pre všetky prirodzené čísla n platí $a_{n+1} - a_n = d;\ d \epsilon R$ (Diferencia aritmetickej postupnosti) = (Rozdiel dvoch po sebe idúcich členov postupnosti je konštantný)

**základné vlastnosti aritmetickej postupnosti:**

a) Je lineárna funkcia definovaná na množine prirodzených čísel.

e) Vzorec pre n-tý člen aritmetickej postupnosti má tvar: $\{d.n + c\}_{n=1}^{\infty}$ ; c je ľubovoľné realne číslo.

b) Ak d > 0 je rastúca. Ak d < 0 je klesajúca. Ak d = 0 je konštantná

c) Rekurentné určenie je v tvare: $a_{n+1} = a_n + d$

**základné vzťahy:**

výpočet n – tého člena danej postupnosti:

$$a_n = a_{n-1} + d \qquad a_n = a_1 + (n-1).d$$

vzťahy pre ľubovoľné dva členy postupnosti:

$$a_r = a_s + (r - s).d$$

vzťah pre súčet prvých n členov postupnosti:

$$S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$$

**Príklad:**

Postupnosť: $\{2n + 1\}_{n=1}^{3}$ => 3;5;7

$a_n = a_{n-1} + d$ => $5 = 3 + d$ => d = 2
$7 = 3 + (3 - 1).2$ => $7 = 7$

$S_n = \frac{1}{2}.3.(3 + 7) = 15 = 3 + 5 + 7$

## Geometrická postupnosť

Definujte geometrická postupnosť, popíšte základné vlastnosti geometrickej postupnosti. Uveďte základné vzťahy, ktoré platia pre výpočet n – tého člena danej postupnosti, vzťahy pre ľubovoľné dva členy postupnosti a vzťah pre súčet prvých n členov postupnosti. Uveďte vhodné príklady na danú postupnosť a aplikujte na nich dané vzorce.

**Geometrická postupnosť** je geometrická práve vtedy, ak re všetky prirodzené čísla n platí: $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q;\ q\epsilon R;\ \ q \neq 0$ (kvocient geometrickej postupnosti) = (Podiel dvoch po sebe idúcich členov postupnosti je konštantný)

**základné vlastnosti geometrickej postupnosti:**

d) Geometrická postupnosť je pre q > 0 a q ≠ 1 exponenciálna funkcia definovaná na množine prirodzených čísel.

f) Vzorec pre n-tý člen aritmetickej postupnosti má tvar: $\{a.q^n\}_{n=1}^{\infty}$ ; a je ľubovoľné nenulové reálne číslo.

e) Ak q > 1 je rastúca. Ak q < 1 je klesajúca.

f) Rekurentné určenie je v tvare: $a_{n+1} = a_n.q$

**základné vzťahy:**

výpočet n – tého člena danej postupnosti:

$a_n = a_1.q^{n-1}$ $\qquad a_n = a_{n-1}.q$

vzťahy pre ľubovoľné dva členy postupnosti:

$a_r = a_s.q^{r-s}$

vzťah pre súčet prvých n členov postupnosti:

$S_n = a_1\frac{q^n-1}{q-1}$

**Príklad:**

Postupnosť: $\{3.2^{n-1}\}_{n=1}^{3}$ => 3;6;12

$a_n = a_{n-1}.q \Rightarrow 12 = 6.q \Rightarrow$ q = 2

$12 = 3.2^{3-1}$ $\Rightarrow 12 = 12$

$S_n = 3.\frac{2^3-1}{2-1} = 3.\frac{7}{1} = 21 = 3 + 6 + 12$