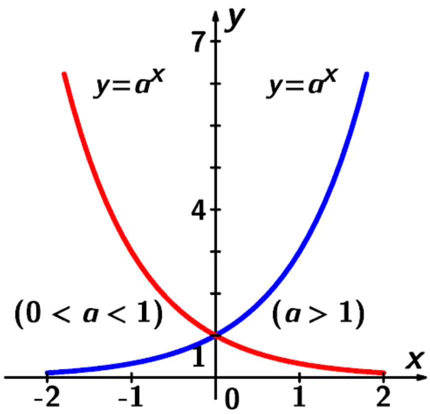
2.4 Exponenciálna a logaritmická funkcia

Exponenciálna funkcia

Definujte exponenciálnu funkciu. Načrtnite jej graf v závislosti od základu, určte definičný obor, obor hodnôt a popíšte jej vlastnosti.

Exponenciálna funkcia: Funkcia daná rovnicou **y =** $\boldsymbol{a^x}$, kde a ≠ 1; a > 0 (ak by bolo a = 0 alebo 1 tak by funkcia bola lineárna konštantná; záporné byť nemôže keďže kladná odmocnina zo záporného čísla nie je možná; príklad: $-2^{0.5} = -2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-2}$)

graf v závislosti od základu: ak je základ v intervale (0,1) tak funkcia bude klesať; ak je základ väčší ako 1 tak funkcia bude rásť.



obor hodnôt: H(f) = (0, ∞)   (ak sa je funkcia neposunutá nahor alebo nadol)

definičný obor: D(f) = R

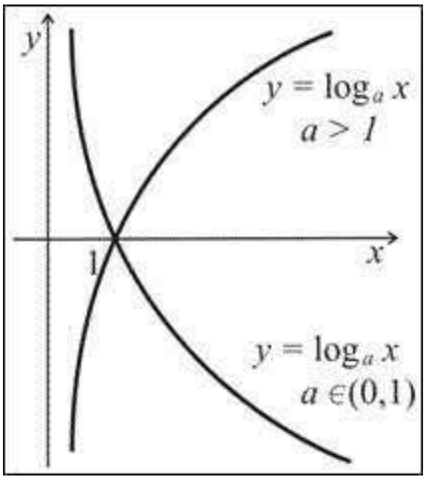
vlastnosti: Zdola ohraničená; Nemá extrémy; Nie je párna; Nie je nepárna; Je prostá; Nie je periodická; Je monotónna;

Logaritmická funkcia

Definujte logaritmickú funkciu. Načrtnite jej graf v závislosti od základu, určte definičný obor, obor hodnôt a popíšte jej vlastnosti. Uveďte základné vety, ktoré využívame pri práci s logaritmami.

Logaritmická funkcia: log. Funkcia je inverzná funkcia ku exponenciálnej; y = a^x, kde a ≠ 1; a > 0 tak x = a^y a z toho si vyjadríme: y = $log\ _a x$, obmedzenie ostáva to isté keďže sa základ nemení.

graf v závislosti od základu ak je základ v intervale (0,1) tak funkcia bude klesať; ak je základ väčší ako 1 tak funkcia bude rásť.



definičný obor: D(f) = (0, ∞)

obor hodnôt: H(f) = R

vlastnosti: ohraničená buď zdola alebo zhora; Nemá extrémy; Nie je párna; Nie je nepárna; Je prostá; Nie je periodická; Je monotónna;

základné vety: (základ logaritmu > 0 a nesmie byť 1 ; logaritmované čísla musia byť > 0)

$log_a a = 1$ (lebo a na 1. je a)

$log_a 1 = 0$ (hocičo na nultú je jedna)

$log_a a^n$ = n (n.1)

$log_a u^n = n.log_a u$

$a^{log_a x}$ = x

$log_a \frac{x}{y} = log_a x + log_a y$ (logaritmus podielu sa rovná rozdielu jednotlivých logaritmov)

$log_a (x.y) = log_a x + log_a y$ (logaritmus súčinu sa rovná súčtu jednotlivých logaritmov)

$log_a x = \frac{log_b x}{log_b a}$ log_{10} = dekadický logaritmus

$log_a x = \frac{1}{log_x a}$ ln = logaritmus pri zaklade eulerovho čísla

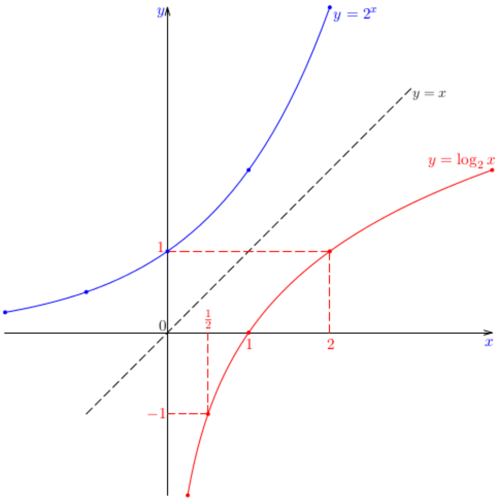
Inverzná funkcia

Charakterizujte pojem inverzná funkcia a popíšte na príkladoch exponenciálnej a logaritmickej funkcie aké vlastnosti má inverzná funkcia. Aké hodnoty nadobúda základ a pri exponenciálnej funkcii?

Inverzná funkcia: inverzná funkcia je opačná funkcia f^{-1} ku funkcií f^{1}, kde platí že hodnoty x a y sa medzi týmito funkciami vymenia D(f^{1}) = H(f^{-1}) a D(f^{-1}) = H(f^{1}). Inverzná funkcia existuje len ku prostej funkcií. Grafy týchto funkcií sú osovo súmerné podľa priamky y = x.

popíšte na príkladoch exponenciálnej a logaritmickej funkcie aké vlastnosti má inverzná funkcia

Inverzná funkcia ku exponenciálnej funkcií:



ohraničená zhora; Nemá extrémy; Nie je párna; Nie je nepárna; Je prostá; Nie je periodická; Je monotónna; D(f) = (0, ∞); H(f) = R

x	**-1**	**0**	**1**	**2**
y	**0.5**	**1**	**2**	**4**

x	**0.5**	**1**	**2**	**4**
y	**-1**	**0**	**1**	**2**

Inverzná funkcia ku logaritmickej funkcií:

ohraničená zdola; Nemá extrémy; Nie je párna; Nie je nepárna; Je prostá; Nie je periodická; Je monotónna; D(f) = R; H(f) = (0, ∞)

Aké hodnoty nadobúda základ a pri exponenciálnej funkcii?

a ≠ 1; a > 0 (ak by bolo a = 0 alebo 1 tak by funkcia bola lineárna konštantná; záporné byť nemôže keďže kladná odmocnina zo záporného čísla nie je možná; príklad: $-2^{0.5} = -2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-2}$)

Logaritmus

Objasnite pojmy logaritmus, dekadický logaritmus, prirodzený logaritmus. Aké hodnoty môže mať základ logaritmu? Uveďte základné vety, ktoré využívame pri práci s logaritmami.

Logaritmus: (matematická operácia inverzná ku exponentu) Logaritmom kladného reálneho čísla u pri základe a ∈ R+ − {1} nazývame také reálne číslo v, pre ktoré platí: a^v = u. Zapisujeme: log_au = v.

Prirodzený logaritmus – má základ Eulerovo číslo e = 2,71828...

Zápis: y = ln x y = $\log_e$ x (logaritmická funkcia pri zaklade eulerovho čísla má práve jeden priesečník s jej inverznou funkciou (exp.))

Dekadický logaritmus – má základ číslo 10

Zápis: y = log x y = $\log_{10}$ x

Aké hodnoty môže mať základ logaritmu: a ≠ 1; a > 0

Uveďte základné vety, ktoré využívame pri práci s logaritmami.

(základ logaritmu > 0 a nesmie byť 1 ; logaritmované čísla musia byť > 0)

$log_a a = 1$ (lebo a na 1. je a)

$log_a 1 = 0$ (hocičo na nultú je jedna)

$log_a a^n$ = n (n.1)

$log_a u^n = n.log_a u$

$a^{log_a x}$ = x

$log_a \frac{x}{y} = log_a x + log_a y$ (logaritmus podielu sa rovná rozdielu jednotlivých logaritmov)

$log_a (x.y) = log_a x + log_a y$ (logaritmus súčinu sa rovná súčtu jednotlivých logaritmov)

$log_a x = \frac{log_b x}{log_b a}$ log_{10} = dekadický logaritmus

$log_a x = \frac{1}{log_x a}$