

## 1.3 Teória čísel

### Teória deliteľnosti 1

Vysvetlite pojmy: číslica, číslo, ciferný súčet čísla, prvočíslo a zložené číslo, násobok, deliteľ, najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok dvoch prirodzených čísel, prvočíselný rozklad zloženého čísla. Naformulujte kritériá deliteľnosti číslami: 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10.

**Číslo** - je matematický objekt, ktorý sa používa na počítanie, meranie a označovanie.

**Číslica**, alebo **cifra** - je znak (symbol) používaný na zápis hodnoty čísla v danom rade v pozičnej číselnej sústave. V desiatkovej (decimálnej) sústave sa používajú číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

**Ciferný súčet čísla** - je súčet všetkých cifier v čísle.

**Prvočíslo** - je prirodzené číslo väčšie než 1, ktoré je deliteľné len jednotkou a sebou samým.

**Zložené číslo** - je prirodzené číslo väčšie než 1, ktoré nie je prvočíslom, má teda aj iný deliteľ než jednotku a seba samého.

**Násobok** – Násobok prirodzeného čísla **a** je prirodzené číslo, ktoré je deliteľné **a** bezo zvyšku. Násobky čísla 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

**Deliteľ** – je číslo, ktorým je možné deliť iné číslo bez zvyšku. Deliteľ prirodzeného čísla **a** je prirodzené číslo, ktorým je **a** bezo zvyšku deliteľné.

**Najväčší spoločný deliteľ (NSD)** – dvoch celých čísel je najväčšie číslo, ktoré bez zvyšku delí obe čísla.  $NSD(18, 24) = 6$ ,  $NSD(24, 35) = 1$ . NSD je možné zovšeobecniť aj na väčší počet vstupných čísel. Napríklad  $NSD(30, 85, 90) = 5$ . Ak je NSD dvoch čísel 1, nazývame ich nesúdeliteľné. Napríklad čísla 15 a 32 sú nesúdeliteľné.

Pri väčších číslach môžeme NSD určiť pomocou prvočíselného rozkladu.

$$NSD(18,24): \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{Spoločná časť prvočíselného rozkladu: } 2, 3 \quad NSD(90,168) = 2 \cdot 3 = 6$$

**Najmenší spoločný násobok (NSN)** – dvoch celých čísel je najmenšie číslo, ktoré je bez zvyšku deliteľné obomi číslami.  $NSN(12, 15) = 60$ ,  $NSN(6, 8) = 24$ . Pojem NSN je možné zovšeobecniť aj na väčší počet vstupných čísel. Napríklad  $NSN(2, 3, 4) = 12$ .

Pre malé čísla môžeme NSN nájsť tak, že si vypíšeme niekoľko prvých násobkov od oboch čísel. Ak hľadáme NSN (12,15), postupujeme takto:

$$\text{Násobky čísla 12: } 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, \dots \quad \text{Násobky čísla 15: } 15, 30, 45, 60, 75, 90, \dots$$

Najmenší spoločný násobok je prvé číslo, ktoré sa vyskytuje v oboch zoznamoch.

V prípade väčších čísel môžeme NSN nájsť pomocou prvočíselného rozkladu. NSN sa rovná súčinu všetkých prvočísel, ktoré sa vyskytujú aspoň v jednom rozklade (v najvyššej mocnine, v akej sa vyskytujú).  $NSN(24,45): 24 = 2^3 \cdot 3 \quad 45 = 3^2 \cdot 5$

$$NSN(24,45) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

Najmenší spoločný násobok sa tiež dá vypočítať pomocou najväčšieho spoločného deliteľa (NSD):

$$\text{NSN}(a,b) = a \cdot b / \text{NSD}(a,b)$$

**Prvočíselný rozklad zloženého čísla** - je rozloženie zloženého čísla na súčin prvočísel ( $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ )

**Naformulujte kritériá deliteľnosti číslami:**

Dvomi, ak je párne (zakončené číslicami 0, 2, 4, 6, 8): 896, 100 004, 52, 3 000

Tromi, ak je jeho ciferný súčet deliteľný tromi: 7 128 – ciferný súčet je 18 to je deliteľné 3

Štyrmi, ak posledné dvojčíslicie daného čísla je deliteľné štyrmi: 700, 612, 1 056

Piatimi, ak je zakončené číslicou 0 alebo 5: 90 450, 12 545

Šiestimi, ak je deliteľné dvomi a zároveň tromi: 14 826 – číslo je párne (deliteľné dvomi) a ciferný súčet je 21 (deliteľné tromi)

Ôsmimi, ak je posledné trojčíslicie deliteľné ôsmimi: 8 000, 7 160

Deviatimi, ak je ciferný súčet deliteľný deviatimi: 7 920 - ciferný súčet je 18 to je deliteľné 9

Desiatimi, ak je zakončené číslicou 0: 920, 8300

## Teória deliteľnosti 2

Vysvetli obsah pojmov deliteľ, násobok, spoločný deliteľ, spoločný násobok, nesúdeliteľné čísla, zvyšok po delení, prvočíselný rozklad, prvočiniteľ. Sformulujte a použite na konkrétnych príkladoch kritériá deliteľnosti zloženými číslami 6, 12, 15.

**Násobok** – Násobok prirodzeného čísla  $a$  je prirodzené číslo, ktoré je deliteľné  $a$  a bezo zvyšku. Násobky čísla 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

**Deliteľ** – je číslo, ktorým je možné deliť iné číslo bez zvyšku. Deliteľ prirodzeného čísla  $a$  je prirodzené číslo, ktorým je  $a$  bezo zvyšku deliteľné.

**Nesúdeliteľné čísla** - sú také dve čísla, ktoré majú spoločného deliteľa iba číslo 1. Napríklad číslo 7 a 2 sú nesúdeliteľné.

**Spoločný deliteľ** - je číslo dvoch celých čísel, ktoré bez zvyšku delí obe čísla.

**Najväčší spoločný deliteľ (NSD)** – dvoch celých čísel je najväčšie číslo, ktoré bez zvyšku delí obe čísla.

$NSD(18, 24) = 6$ ,  $NSD(24, 35) = 1$ . NSD je možné zovšeobecniť aj na väčší počet vstupných čísel.

Napríklad  $NSD(30, 85, 90) = 5$ . Ak je NSD dvoch čísel 1, nazývame ich nesúdeliteľné. Napríklad čísla 15 a 32 sú nesúdeliteľné.

Pri väčších číslach môžeme NSD určiť pomocou prvočíselného rozkladu.

$$NSD(18,24): \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{Spoločná časť prvočíselného rozkladu: } 2, 3 \quad NSD(90,168) = 2 \cdot 3 = 6$$

**Spoločný násobok** - je číslo dvoch celých čísel, ktoré je bez zvyšku deliteľné oboma číslami.

**Najmenší spoločný násobok (NSN)** – dvoch celých čísel je najmenšie číslo, ktoré je bez zvyšku deliteľné oboma číslami.  $NSN(12, 15) = 60$ ,  $NSN(6, 8) = 24$ . Pojem NSN je možné zovšeobecniť aj na väčší počet vstupných čísel. Napríklad  $NSN(2, 3, 4) = 12$ .

Pre malé čísla môžeme NSN nájsť tak, že si vypíšeme niekoľko prvých násobkov od oboch čísel. Ak hľadáme NSN (12,15), postupujeme takto:

$$\text{Násobky čísla 12: } 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, \dots \quad \text{Násobky čísla 15: } 15, 30, 45, 60, 75, 90, \dots$$

Najmenší spoločný násobok je prvé číslo, ktoré sa vyskytuje v oboch zoznamoch.

V prípade väčších čísel môžeme NSN nájsť pomocou prvočíselného rozkladu. NSN sa rovná súčinu všetkých prvočísel, ktoré sa vyskytujú aspoň v jednom rozklade (v najvyššej mocnine, v akej sa vyskytujú).  $NSN(24,45): 24 = 2^3 \cdot 3 \quad 45 = 3^2 \cdot 5$

$$NSN(24,45) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

Najmenší spoločný násobok sa tiež dá vypočítať pomocou najväčšieho spoločného deliteľa (NSD):

$$NSN(a,b) = a \cdot b / NSD(a,b)$$

**Zvyšok po delení** – Zvyšok môže byť to, čo zvýšilo, to, čo ešte zostalo.

Delenie so zvyškom dvoch prirodzených čísel je podiel, ktorý je počet, koľkokrát je druhé číslo obsiahnuté v prvom, a zvyšok, ktorý je súčasťou prvého čísla, ktorý zostáva. Delenec deleno deliteľ je podiel a zvyšok.

**Prvočíselný rozklad** – Prvočíselný rozklad je matematický pojem z odboru aritmetiky. Ide o vyjadrenie prirodzeného čísla ako súčinu mocnín prvočísel.

Každé číslo sa dá jednoznačne rozložiť na prvočíselný rozklad, napr.:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 1638 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$$

**Prvočiniteľ** – Prvočiniteľ čísla  $p$  je prvočíslo, ktoré delí číslo  $p$ . Každé zložené číslo možno napísať ako súčin prvočiniteľov. Tento zápis (pokiaľ neberieme do úvahy poradie prvočiniteľov) je pre každé číslo jedinečný.

**Sformulujte a použite na konkrétnych príkladoch kritériá deliteľnosti zloženými číslami 6, 12, 15.**

6 – ak je číslo deliteľné 3 a 2 ( $48/3 = 16$  a  $48/2 = 24$  takže je aj deliteľné 6)

12 – ak je číslo deliteľné 4 a 3 ( $72/4 = 18$  a  $72/3 = 24$  takže je aj deliteľné 12)

15 – ak je číslo deliteľné 5 a 3 ( $45/3 = 15$  a  $45/5 = 9$  takže je aj deliteľné 15)