

## Využitie vektorového a skalárneho súčinu

### VETA o využití skalárneho súčinu ( o uhle vektorov ) :

Pre veľkosť uhla  $\varphi$  nenulových vektorov  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$  platí :  $\cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|}$

Dôsledok : nenulové **vektory  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$  sú na seba kolmé práve vtedy, keď  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ .**

Z definície skalárneho súčinu a z vlastností funkcie kosínus vyplýva:

- $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} > 0$  práve vtedy, ak uhol vektorov  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$  je **ostrý**.
- $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$  práve vtedy, ak uhol vektorov  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$  je **pravý**.
- $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} < 0$  práve vtedy, ak uhol vektorov  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$  je **tupý**.

### VETA o využití vektorového súčinu ( obsah trojuholníka ) :

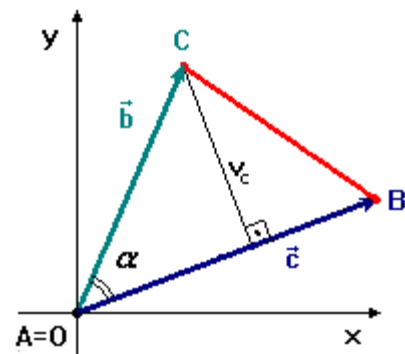
V priestore je daný trojuholník ABC. Nech  $\mathbf{b} = \overrightarrow{AC}$  a  $\mathbf{c} = \overrightarrow{AB}$ .

Potom

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot |\mathbf{b} \times \mathbf{c}|$$

Dôkaz :  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot v_c$ ,  $v_c = b \cdot \sin \alpha$ ,  $b = |\mathbf{b}|$ ,  $c = |\mathbf{c}|$

Po dosadení :  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot |\mathbf{b}| \cdot |\mathbf{c}| \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot |\mathbf{b} \times \mathbf{c}|$   
podľa definície vektorového súčinu



Poznámka : Z každej úlohy v rovine môžeme urobiť úlohu v priestore tak, že za tretiu súradnicu bodov ( vektorov ) dosadíme nulu.

### VETA o využití zmiešaného súčinu( objem rovnobežnostena ) :

Ravnobežnosten je štvorboký hranol, ktorého protiľahlé steny sú rovnobežné. Pre objem ravnobežnostena ABCDEFGH, v ktorom  $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\mathbf{v} = \overrightarrow{AD}$  a  $\mathbf{w} = \overrightarrow{AE}$  platí :

$$V = |(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w}|$$

Poznámka : Súčin  $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w}$  sa nazýva **zmiešaný súčin vektorov**.



Autor : **Beata Hegerová**, Gymnázium Nováky

Použitá literatúra :

**Šedivý a kolektív : Matematika pre 3.ročník gymnázia**