Vektorové násobenie vektorov

Vektorový súčin

Definícia : **Vektorový súčin nenulových vektorov $\vec{u}$ a** $\vec{v}$ je vektor $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$, ktorý má tieto vlastnosti :

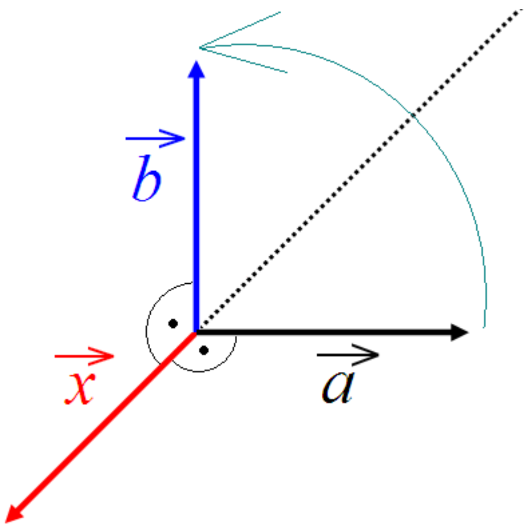
1. $\vec{w}$ je kolmý na vektory $\vec{u}$ **a** $\vec{v}$
2. smer vektora $\vec{w}$ je určený pravidlom pravej ruky
3. $|\vec{w}| = |\vec{u}| . |\vec{v}| . \sin \varphi$

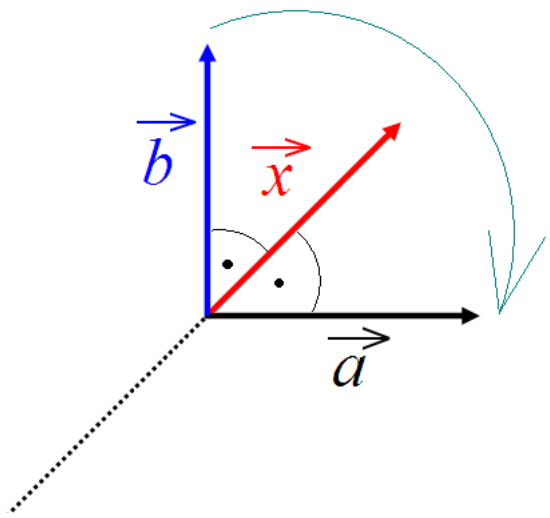
Ak je aspoň jeden z vektorov $\vec{u}$ a $\vec{v}$ nulový, tak ich vektorovým súčinom je nulový vektor.

Pravidlo pravej ruky :
Pravú ruku položíme na rovinu s vektormi $\vec{u}$ a $\vec{v}$ tak, že prsty ukazujú poradie vektorov. Potom palec postavený kolmo k rovine určuje smer vektora $\vec{w}$.

Vektorový súčin 2 vektorov je vektor.

Poznámka: $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$, t.j. sú to opačné vektory





VETA : Pre každé nenulové vektory $\vec{a}$ a $\vec{b}$ v priestore platí :

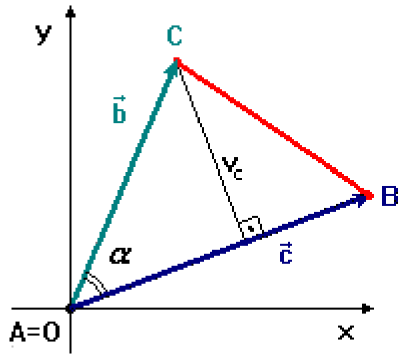
1. Ak sú vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ lineárne závislé (rovnobežné), potom $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
2. Ak sú vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ lineárne nezávislé (rôznobežné), potom $\vec{a} \times \vec{b} <> \vec{0}$

VETA : V pravotočivej ortonormálnej sústave súradníc v priestore sú dané vektory $\vec{u}[u_1,u_2,u_3]$ a $\vec{v}[v_1,v_2,v_3]$. Potom **súradnice vektora $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$ môžeme vypočítať podľa vzorca :**

$\vec{w} = (u_2.v_3 - u_3.v_2,\ u_3.v_1 - u_1.v_3,\ u_1.v_2 - u_2.v_1)$ **(Nie je nutné ovládať spamäti!)**

Poznámka : Ak potrebujeme určiť v priestore ľubovoľný vektor, ktorý je kolmý na dané vektory **u** a **v**, tak použijeme vektor **w** = **u** x **v**.

Použitie vektorového súčinu



VETA (obsah trojuholníka) : V priestore je daný trojuholník ABC. Nech **b** = AC a **c** = AB.
Potom

$$S_{\Delta ABC} = \tfrac{1}{2}.\left|\mathbf{b} \times \mathbf{c}\right|$$

Dôkaz : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.c.v_c$, $v_c = b.\sin\alpha$, $b = |\mathbf{b}|$, $c = |\mathbf{c}|$
Po dosadení : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.|\mathbf{b}|.|\mathbf{c}|.\sin\alpha = \frac{1}{2}.\left|\mathbf{b} \times \mathbf{c}\right|$
podľa definície vektorového súčinu

Poznámka : Z každej úlohy v rovine môžeme urobiť úlohu v priestore tak, že za tretiu súradnicu bodov (vektorov) dosadíme nulu.

VETA (objem rovnobežnostena) : Rovnobežnosten je štvorboký hranol, ktorého proti-ľahlé steny sú rovnobežné. Pre objem rovnobežnostena ABCDEFGH, v ktorom **u** = AB, **v** = AD a **w** = AE platí : $V = \left|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}).\mathbf{w}\right|$

Poznámka : Súčin **(u x v).w** sa nazýva **zmiešaný súčin vektorov**.

Autor : **Beata Hegerová**, Gymnázium Nováky
Použitá literatúra :
Šedivý a kolektív : Matematika pre 3.ročník gymnázia