Permutácie bez opakovania

- z n prvkov vyberáme usporiadané n-tice, pričom nám záleží na poradí prvkov a prvky sa neopakujú
- zapisujeme $P(n) = V_n(n) = n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1 = n!$ (čítame en faktoriál)

Permutácie s opakovaním

- z n prvkov vyberáme usporiadané n-tice, pričom nám záleží na poradí prvkov a prvky sa opakujú
- zapisujeme $P'(n) = V'_n(n) = n^n$

Príklad 1: Koľkými spôsobmi môžu štyria žiaci obsadiť lavicu so štyrmi sedadlami?

Riešenie: máme štyroch žiakov, teda štyri prvky. Pracujeme so štyrmi prvkami naraz, pričom záleží na tom v akom poradí si sadnú, teda riešime variácie štvrtej triedy zo štyroch prvkov, resp. permutácie zo štyroch prvkov

$P(4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24\ spôsobov$

Príklad 2: Zo štartovacej čiary odštartovalo 6 bežcov. V koľkých rôznych poradiach môžu dobehnúť do cieľa?

Riešenie:

Máme k dispozícii 6 bežcov, teda 6 prvkov a všetci dobehnú do cieľa, teda pracujeme naraz so všetkými prvkami, pričom nám záleží na poradí a prvky sa neopakujú, lebo nemôže jeden bežec dobehnúť do cieľa 2-krát. Riešime teda variácie šiestej triedy zo šesť prvkov, resp. permutácie zo 6 prvkov.

$P(6) = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Príklad 3: Koľko štvorciferných prirodzených čísel možno vytvoriť z číslic 0, 1, 2, 3 bez opakovania číslic?

Riešenie:

Máme štyri číslice a tvoríme štvorciferné čísla, pričom záleží na poradí číslic (lebo je iné číslo 12 a 21). Pozor máme k dispozícii aj nulu, čo môže spôsobiť vytvorenie čísel tvaru 0123 (nie sú štvorciferné, ale len trojciferné tvorené z troch číslic, lebo nula je vpredu)

$P(4) - P(3) = 4! - 3! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 - 6 = 18$

Príklad 4: Z koľkých prvkov vieme vytvoriť 40 320 permutácií bez opakovania?

Riešenie:

$P(n) = 40\,320$

$n! = 40\,320$

$n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1 = 40\,320$ všimnite si, že násobíme všetky čísla od jedna až po počet prvkov, preto začneme postupne deliť od jednotky, až kým neprídeme k výsledku jedna

$40\,320 \div 1 = 40\,320$

$40\,320 \div 2 = 20\,160$

$20\,160 \div 3 = 6\,720$

$6\,720 \div 4 = 1\,680$

$1\,680 \div 5 = 336$

$336 \div 6 = 56$

$56 \div 7 = 8$

$8 \div 8 = 1$ v tomto momente končíme s delením a všimneme si, že posledné číslo, ktorým sme delili je 8, preto počet prvkov, z ktorých je možné zostaviť 40 320 permutácií je práve osem

Kombinácie bez opakovania

- z *n* prvkovej množiny vyberáme *k*-prvkové podmnožiny, pričom nám nezáleží na poradí prvkov a prvky sa neopakujú
- zapisujeme $C_k(n) = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \binom{n}{k}$ čítame en nad ká

Príklad 1: Na medzinárodnom stretnutí mládeže sa stretli šiesti účastníci. Všetci sa navzájom predstavili. Koľko vzájomných predstavení sa uskutočnilo?

Riešenie:

Máme šesť účastníkov, teda šesť prvkov, navzájom sa predstavujú vždy dvaja a nie je potrebné aby sa predstavovali dvakrát v opačnom poradí (najprv Miško – Peter, potom Peter - Miško), preto nezáleží na poradí prvkov. Riešime teda kombinácie druhej triedy zo 6 prvkov

$$C_2(6) = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\cdot(6-2)!} = \frac{6!}{2!\cdot 4!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4!}{2\cdot 1\cdot 4!} = \frac{6\cdot 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$$