

## PARAMETRICKÉ VYJADRENIE PRIAMKY V ROVINE

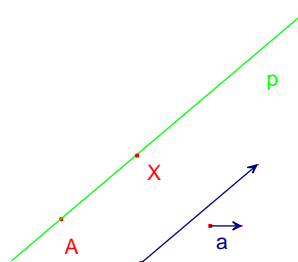
Na určenie priamky potrebujeme poznať jeden jej bod a smer. Smer priamky sa dá definovať viacerými spôsobmi. Jeden z nich je pomocou vektora, s ktorým je priamka rovnobežná (smerového vektora priamky).

Označme:

$X[x; y]$  ... ľubovoľný bod priamky  $p$

$A[x_0; y_0]$  ... bod, ktorý leží na priamke

$\vec{a} = (a_1; a_2)$  ... smerový vektor priamky (ľubovoľný nenulový vektor, ktorý je rovnobežný s priamkou)



Hľadáme vzťah, pomocou ktorého určíme súradnice každého bodu  $X$  priamky  $p$ .

Vektory  $\overrightarrow{AX}$  a  $\vec{a}$  sú rovnobežné, teda lineárne závislé, preto platí:

$$\overrightarrow{AX} = t \cdot \vec{a}$$

$$X - A = t \cdot \vec{a}$$

$$X = A + t \cdot \vec{a}$$

**Parametrické vyjadrenie priamky v rovine:**

Každý bod  $X[x; y]$  ležiaci na priamke  $p$  so smerovým vektorom  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  a bodom  $A[x_0; y_0]$  ležiacim na priamke vieme zapísať pomocou parametrického vyjadrenia:

$$X = A + t \cdot \vec{a}, t \in R \quad (t \text{ je parameter})$$

**Parametrické rovnice priamky:**  $p: x = x_0 + t \cdot a_1$

$$y = y_0 + t \cdot a_2$$

**Napríklad:**  $p: x = 7 + 2t$

$$y = 3 - t$$

### Príklad 1

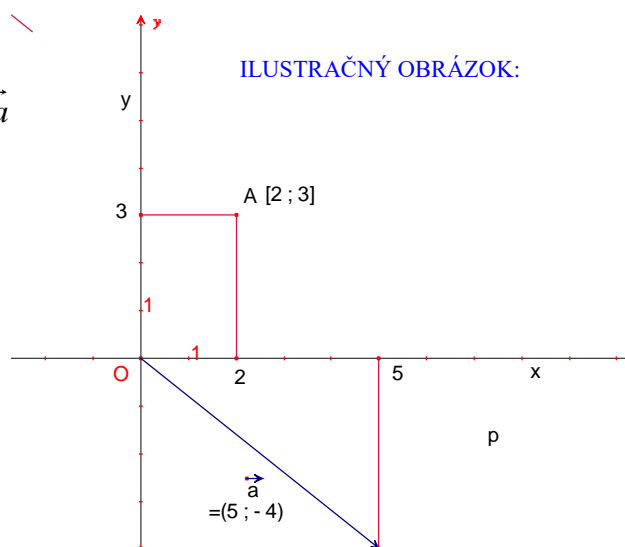
Napíšte parametrické rovnice priamky  $p$ , ktorá prechádza bodom  $A[2; 3]$  a je rovnobežná s vektorom  $\vec{a} = (5; -4)$

**Riešenie:**

Parametrické vyjadrenie priamky je:  $X = A + t \cdot \vec{a}$

Parametrické rovnice priamky  $p$  sú:

$$\boxed{\begin{array}{l} p: x = 2 + 5t \\ y = 3 - 4t \end{array}}$$



### Príklad 2

Napíšte parametrické rovnice priamky  $p$ , ktorá prechádza bodmi  $A[-9;2]$  a  $B[-1;5]$ .

#### Riešenie:

K parametrickému vyjadreniu priamky potrebujeme poznať jeden bod ktorým priamka prechádza a jej smerový vektor. Bod poznáme. Nájďme smerový vektor tejto priamky. Môže to byť napríklad  $\overrightarrow{AB}$ , pretože body A a B ležia na tejto priamke.

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = B - A = (-1 - (-9); 5 - 2) = (8; 3)$$

Parametrické rovnice priamky  $p$  sú:

$p: x = -9 + 8t$
$y = 2 + 3t$

### Príklad 3

Napíšte parametrické rovnice priamky  $q$ , ktorá prechádza bodom  $A[-4;7]$  a je rovnobežná

s priamkou  $p: x = -2 + t$   
 $y = 5 + 2t$ .

#### Riešenie:

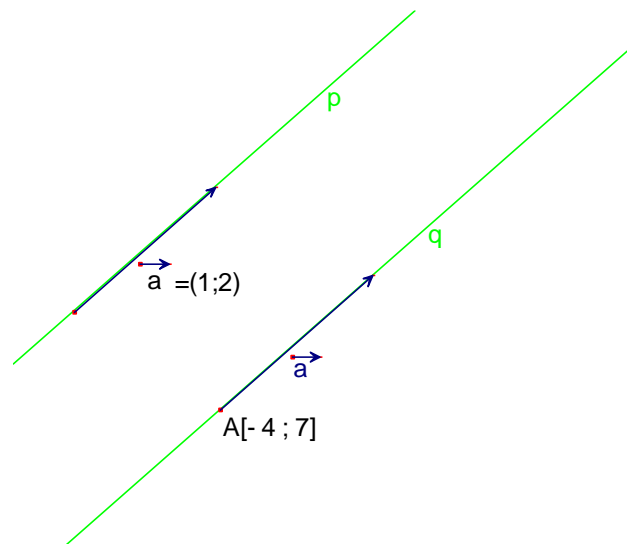
Keďže priamky  $p$  a  $q$  sú rovnobežné, majú rovnaké smerové vektory:

$$\vec{a}_p = \vec{a}_q = (1; 2)$$

Výsledok: Parametrické rovnice priamky „ $q$ “ sú:

$q: x = -4 + t$
$y = 7 + 2t$

ILUSTRAČNÝ OBRÁZOK:



#### Príklad 4

Napište parametrické rovnice priamky  $q$ , ktorá prechádza bodom  $A[3;-1]$  a je kolmá na

priamku  $p: x = 5 + 2t$   
 $y = -4 + t$ .

#### Riešenie:

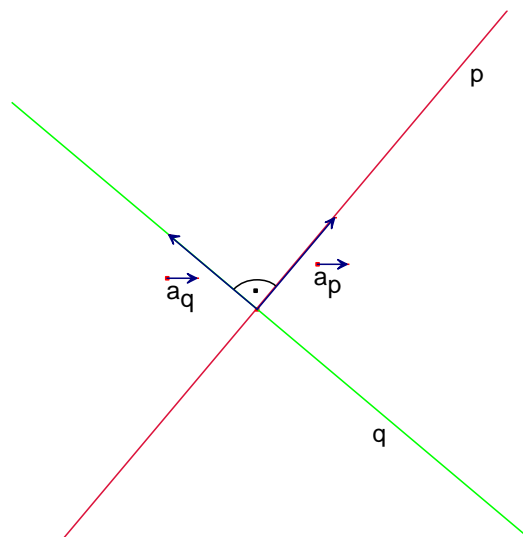
Keďže priamky  $p$  a  $q$  sú na seba kolmé, skalárny súčin ich smerových vektorov sa rovná nule. Nájďme smerový vektor priamky  $q$ .

$$\vec{a}_p = (2; 1) \quad (\text{súradnice } \vec{a}_q \text{ doplníme tak, aby platilo: } 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0)$$
$$\vec{a}_q = (1; -2)$$

Výsledok: Parametrické rovnice priamky „ $q$ “ sú:

$$\boxed{q: x = 3 + t}$$
$$y = -1 - 2t$$

ILUSTRÁČNÝ OBRÁZOK:



#### Príklad 5

Nájďte dva body  $K, L$ , ktoré ležia na priamke  $p: x = 4 + 3t$   
 $y = -1 + 5t$

#### Riešenie:

Súradnice každého bodu priamky  $p$  dostaneme tak, že si za „ $t$ “ zvolíme ľubovoľné reálne číslo. Napríklad:

$$t = 2$$

$$p: x = 4 + 3 \cdot 2 = 4 + 6 = 10$$

$$y = -1 + 5 \cdot 2 = -1 + 10 = 9$$

$$\boxed{K[10;9]}$$

$$t = -1$$

$$p: x = 4 + 3 \cdot (-1) = 4 - 3 = 1$$

$$y = -1 + 5 \cdot (-1) = -1 - 5 = -6$$

$$L[1; -6]$$

### Príklad 6

Zistite, či body  $M[3; -2]$  a  $N[-4; 6]$  ležia na priamke  $p: x = 1 - 5t$   
 $y = 2 + 4t$

#### Riešenie:

Do parametrických rovníc priamky  $p$  dosadíme súradnice bodu  $M$  (za  $x = 3$ , za  $y = -2$ ) a z každej rovnice vypočítame  $t$ . Ak sa vypočítané čísla budú rovnať, bod  $M$  leží na priamke  $p$ , ak budú rôzne, bod  $M$  na priamke  $p$  neleží. To isté urobíme aj s bodom  $N$ .

**M:**

$$\begin{array}{ll} 3 = 1 - 5t & -2 = 2 + 4t \\ 2 = -5t & -4 = 4t \\ t = -\frac{2}{5} & t = -1 \end{array}$$

$$\left[ -\frac{2}{5} \neq -1 \Rightarrow M \notin p \right]$$

**N:**

$$\begin{array}{ll} -4 = 1 - 5t & 6 = 2 + 4t \\ -5 = -5t & 4 = 4t \\ t = 1 & t = 1 \end{array}$$

$$\left[ 1 = 1 \Rightarrow N \in p \right]$$

### CVIČENIE

1) Napíšte parametrické rovnice priamky  $p$ , ktorá:

- prechádza bodom  $A[1; -3]$  a je rovnobežná s vektorom  $\vec{a} = (3; -1)$
- prechádza bodom  $A[6; 4]$  a je rovnobežná s vektorom  $\vec{a} = (-5; 2)$
- prechádza bodom  $A[-1; 1]$  a je rovnobežná s vektorom  $\vec{a} = (-1; -4)$

d) prechádza bodom  $A[8;0]$  a je rovnobežná s vektorom  $\vec{a} = (9;0)$

2) Napíšte parametrické rovnice priamky  $p$ , ktorá prechádza bodmi

a)  $A[-5;-2]$  a  $B[9;2]$

b)  $C[4;-5]$  a  $D[-2;2]$

c)  $E[-1;4]$  a  $F[-5;-3]$

d)  $G[0;2]$  a  $H[-5;0]$

3) Napíšte parametrické rovnice priamky  $q$ , ktorá:

a) prechádza bodom  $A[4;-1]$  a je rovnobežná s priamkou  $p: x = 3 + 2t$   
 $y = -1 + 4t$

b) prechádza bodom  $A[0;7]$  a je rovnobežná s priamkou  $p: x = -2 + t$   
 $y = 5 + 2t$

c) prechádza bodom  $A[1;-2]$  a je rovnobežná s priamkou  $p: x = -5 + t$   
 $y = 5$

d) prechádza bodom  $A[4;-3]$  a je rovnobežná s priamkou  $p: x = 3$   
 $y = 2 + 2t$

4) Napíšte parametrické rovnice priamky  $q$ , ktorá:

a) prechádza bodom  $A[3;-2]$  a je kolmá na priamku  $p: x = 2 + 5t$   
 $y = -8 + t$

b) prechádza bodom  $A[6;0]$  a je kolmá na priamku  $p: x = 2 + 5t$   
 $y = -2 + 3t$

c) prechádza bodom  $A[1;-2]$  a je kolmá na priamku  $p: x = t$   
 $y = 1$

d) prechádza bodom  $A[4;-3]$  a je kolmá na priamku  $p: x = 3t$   
 $y = 2 - t$

5) Nájdite štyri body  $K, L, M, N$ , ktoré ležia na priamke:

$$p: x = 6 + 3t$$
$$y = -2 - 2t$$

6) Zistite, či body  $A[2;-7]; B[-3;5]; C[5;8]$  a  $D[3;1]$  ležia na priamke

$$p: x = 3 - t$$
$$y = -2 - 5t$$

