Exponenciálna funkcia

Exponenciálnou funkciou so základom *a* sa nazýva každá funkcia na množine *R*, ktorá je daná rovnicou

$$f\colon y = a^x$$

kde $a \in R^+ - \{1\}$

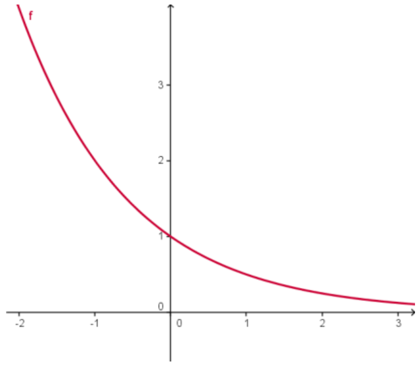
- graf sa nazýva exponenciálna krivka
- podľa hodnoty základu ich delíme:

$$a \in (0;1)$$

$$D(f) = R$$

$$H(f) \in (0;\infty)$$

klesajúca, prostá, zdola ohraničená 0, zhora neohraničená, nemá extrémy, ani párna ani nepárna

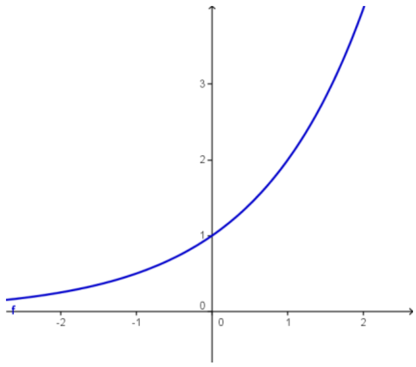


$$a \in (1;\infty)$$

$$D(f) = R$$

$$H(f) \in (0;\infty)$$

rastúca, prostá, zdola ohraničená 0, zhora neohraničená, nemá extrémy, ani párna ani nepárna



Exponenciálne rovnice

- obsahujú mocniny s neznámou v exponente
- metódy riešenia:
  1. úpravou na tvar $a^{x_1} = a^{x_2}$ a následne riešime rovnosť $x_1 = x_2$

Pr. Riešte rovnicu: $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$

$$3^x + 3^x.3^1 + 3^x.3^2 + 3^x.3^3 = \frac{40}{3}$$

$$3^x(1+3+9+27) = \frac{40}{3}$$

$$40.3^x = 40.3^{-1}$$

$$3^x = 3^{-1} \implies x = -1$$

2. substitúciou – úprava na kvadratickú rovnicu

Pr. Riešte rovnicu: $9^x - 25.3^x - 54 = 0$

$$3^{2x} - 25.3^x - 54 = 0 \qquad subst. 3^x = y$$

$$y^2 - 25y - 54 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4.(-54)}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{625 + 216}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{841}}{2} = \frac{25 \pm 29}{2} = \begin{cases} \frac{54}{2} = 27 \\ \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

$$3^x = 27 \qquad\qquad 3^x = -2$$

$$x = 3 \qquad\qquad x = \emptyset$$

3. logaritmovaním

Pr. Riešte rovnicu: $6^x = 2$

$$\log_6 6^x = \log_6 2$$

$$x \log_6 6 = \log_6 2 \qquad \log_6 6 = 1$$

$$x = \log_6 2$$

*** pri riešení využívame vlastnosti mocnín: teda pre $a; b \in R^+; n; m \in Z\ (resp. Q)$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^n . b^n = (ab)^n$$

$$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^n . a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^0 = 1$$

resp. vlastnosti logaritmov (viď teoria_logaritmicka_funkcia.pdf)