

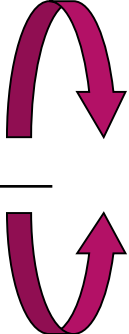
INVERZNÁ FUNKCIA

MGR. VERONIKA LUPTOVSKÁ

NÁVODNÁ ÚLOHA (1):

Daná je funkcia $f: y = 2x - 1$

?	-3	-2	-1	0	1	2	3	
?	-7	-5	-3	-1	1	3	5	



$$f(-3) = 2 \cdot (-3) - 1 = -7$$

...

x	-7	-5	-3	-1	1	3	5	
$f^{-1}(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3	

funkcia f^{-1} inverzná funkcia k
funkcii f $f(-7) = 2 \cdot (-7) - 1 = -14 - 1 = -15 \neq -3$!!!



NÁVODNÁ ÚLOHA (2):

Daná je funkcia $f: y = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	9	4	1	0	1	4	9



x	9	4	1	0	1	4	9
$f^{-1}(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3

Jednému číslu: 9 sú priradené dve rôzne „hodnoty“: -3 aj 3, čo pri funkcii nie je možné

Záver: K funkcii f v tomto príklade neexistuje inverzná funkcia.



DEFINÍCIA:

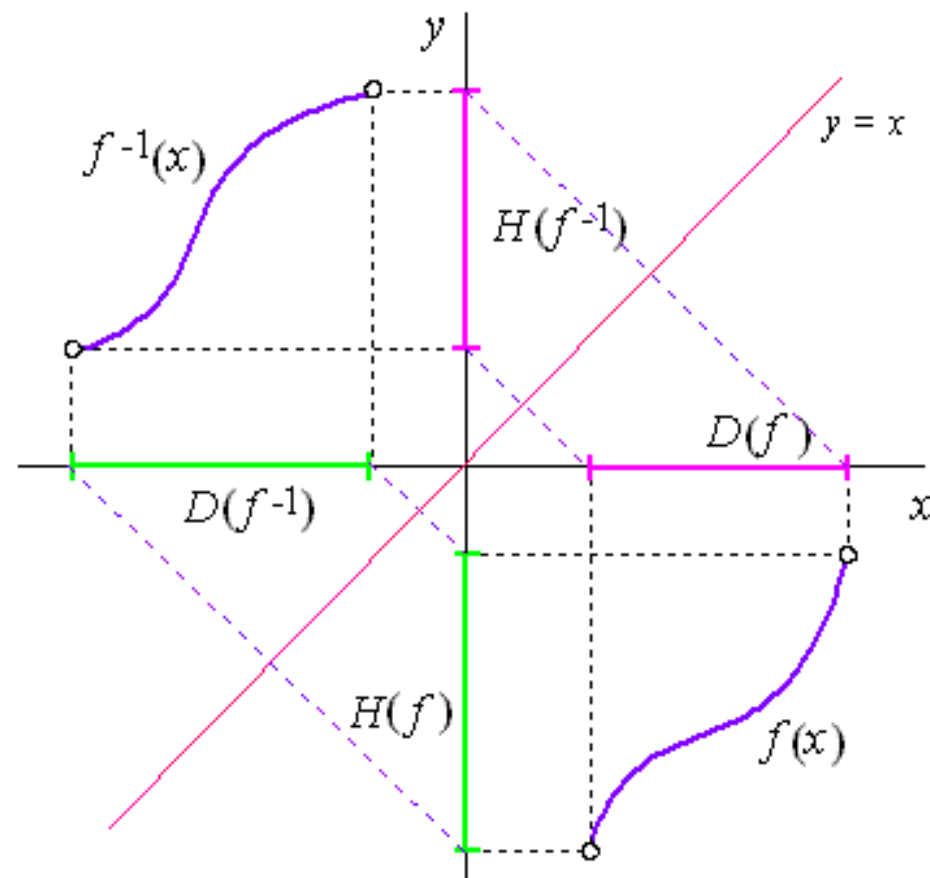
Nech f je prostá funkcia. Inverznou funkciou k funkcii f nazývame funkciu f^{-1} , pre ktorej všetky usporiadané dvojice platí:

$$[c; d] \in f^{-1} \Leftrightarrow [d; c] \in f$$

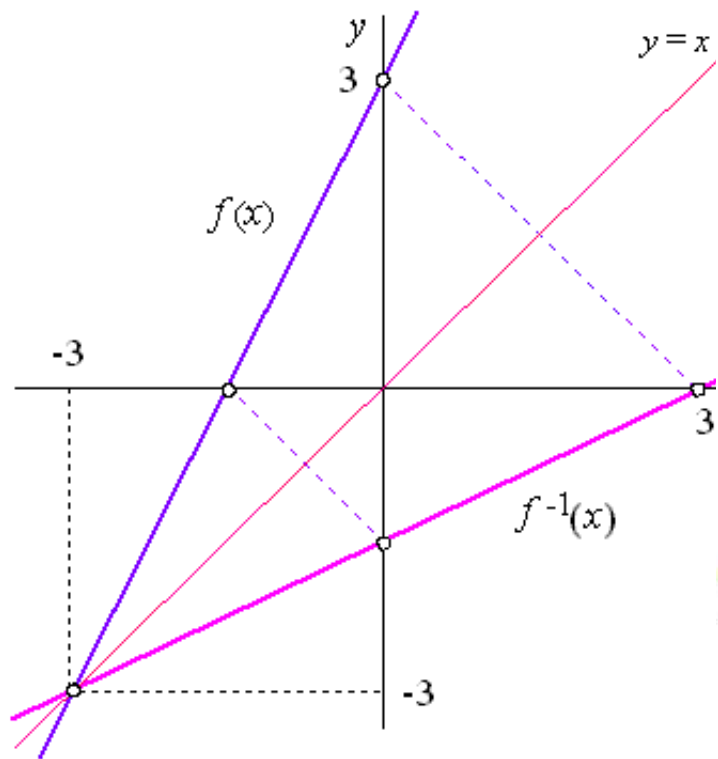
Označenie: f^{-1}

PRI INVERZNEJ FUNKCII PLATÍ:

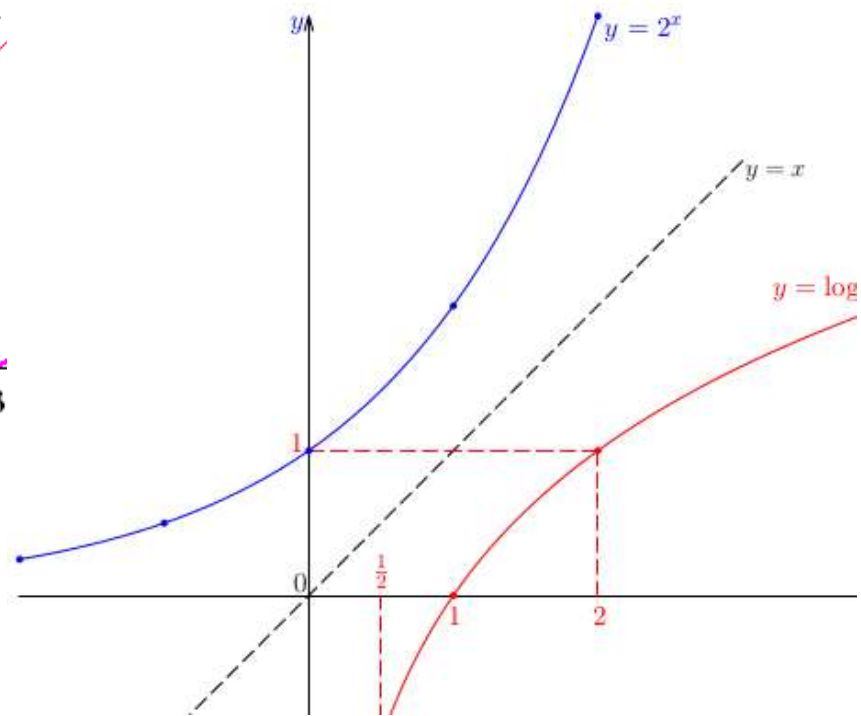
- $D(f^{-1})=H(f)$, $H(f^{-1})=D(f)$
- Ak f je rastúca $\rightarrow f^{-1}$ je rastúca
- Ak f je klesajúca $\rightarrow f^{-1}$ je klesajúca
- Grafy funkcií f , f^{-1} sú súmerné podľa priamky $y=x$ (t.j. podľa osi súmernosti I. a III. kvadrantu)



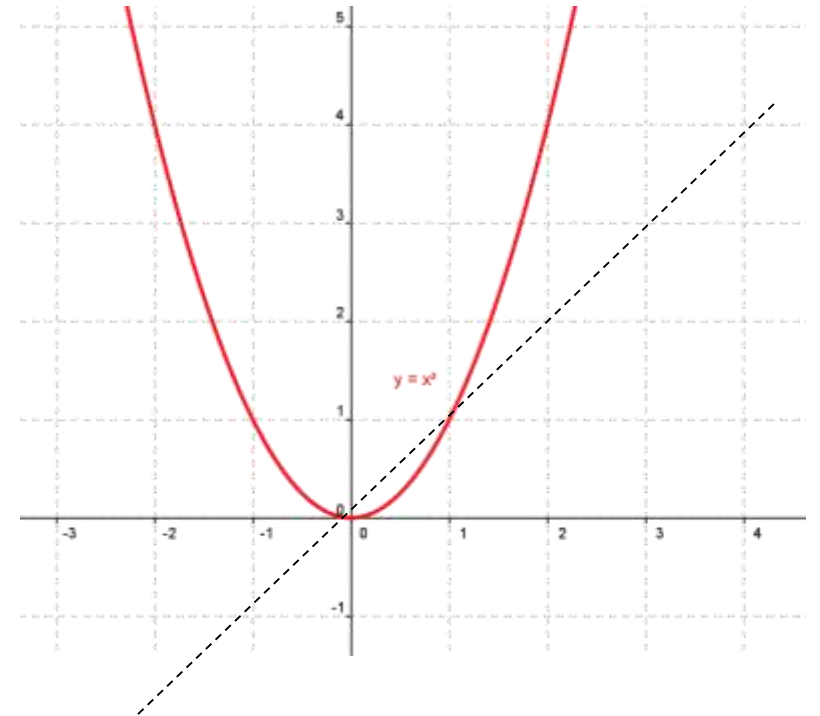
Prečo niektoré funkcie nemajú inverznú?



existuje inverzná funkcia



existuje inverzná funkcia

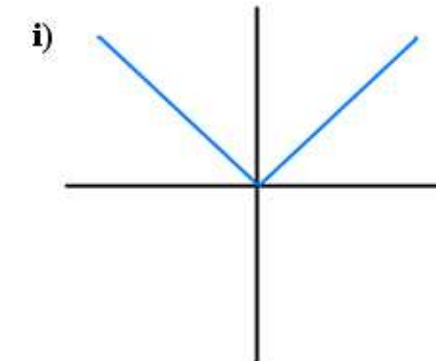
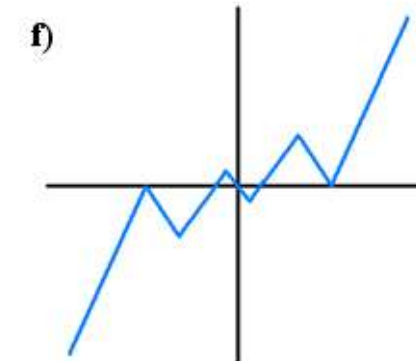
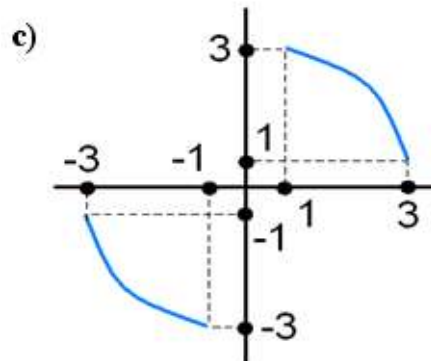
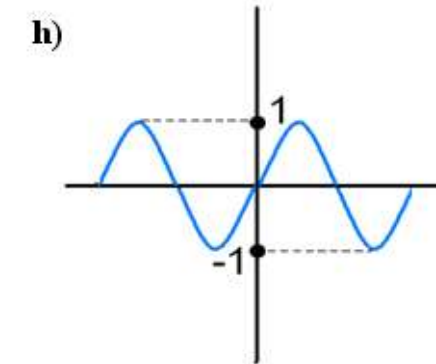
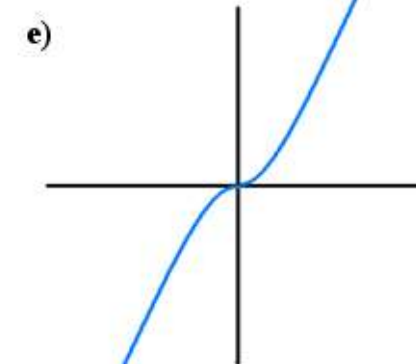
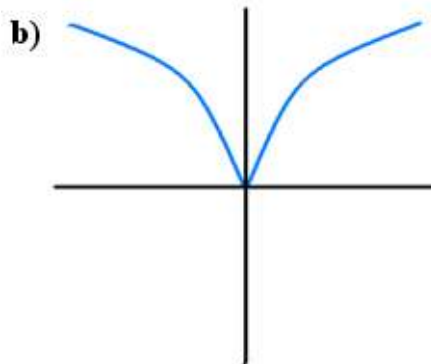
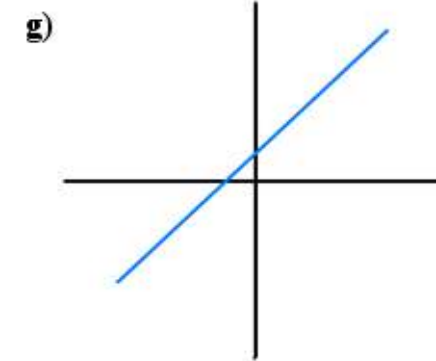
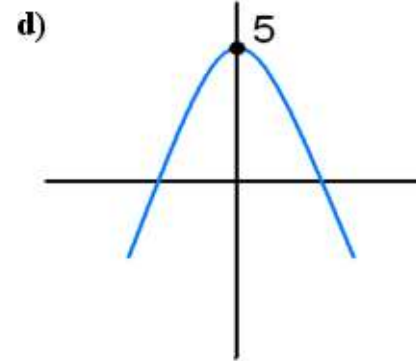
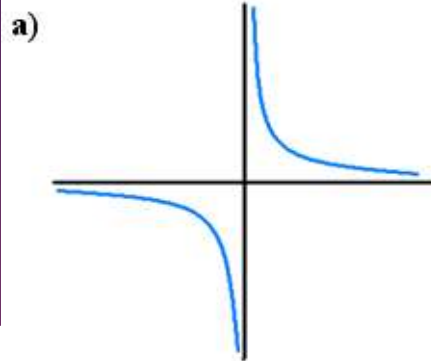


neexistuje inverzná funkcia

Grafy inverzných

Záver: Inverzná funkcia existuje len ku prostým funkciám

Otázka: Ku ktorým z nasledujúcich funkcií existuje inverzná?



Príklad 1

Daná je funkcia $f: y = 2x + 3$. Nájdite rovnicu inverznej funkcie k funkcii f .

Riešenie:

Z rovnice funkcie f si vyjadríme x

$$1) y = 2x + 3 \quad / -3 \qquad y = 2x + 3 \quad / \text{vymením } x \text{ a } y$$

$$2) y - 3 = 2x \quad / :2 \qquad x = 2y + 3 \quad / \text{vyjadríme si } y$$

$$3) \frac{y-3}{2} = x \quad / \text{vymeníme } x \text{ a } y \qquad x = 2y + 3 \quad / -3$$

$$4) f^{-1}: y = \frac{x-3}{2} \qquad x - 3 = 2y \quad / :2$$

$$y = \frac{x-3}{2}$$

Záver: Existuje inverzná funkcia $f^{-1}: y = \frac{x-3}{2}$.

Príklad 2

Daná je funkcia $f: y = x^2$. Nájdite rovnicu inverznej funkcie k funkcii f .

Riešenie:

Z rovnice funkcie f si skúsime vyjadriť x

1) $y = x^2 \quad /\sqrt{\quad}$

2) $\sqrt{y} = |x|$ a keď si teraz vymeníme x a y dostávame

3) $\sqrt{x} = |y| \Rightarrow \pm \sqrt{x} = y$ nemôžem mať 2 inverzné funkcie f^{-1} k jednej pôvodnej funkcii f

Záver: K funkcii $f: y = x^2$ inverzná funkcia neexistuje.

(potvrdili sme myšlienku z Návodnej úlohy 2)

Samostatná úloha:

Zadanie 1: Nájdite rovnice inverzných funkcií k funkciám:

a) $f: y = 4x + 2$

b) $f: y = 3x - 1$

c) $f: y = \frac{2x-3}{2x-1}$

Zadanie 2: Nájdite aspoň dve funkcie, ku ktorým neexistuje inverzná funkcia.