Matice známych transformácií

Nech $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ je transformácia daná maticou

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix},$$

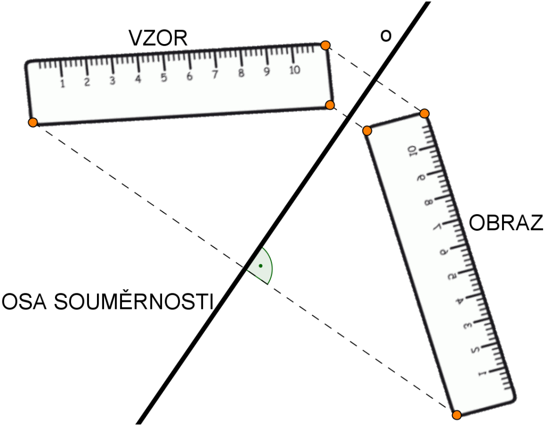
potom obraz vektora $[x, y]^T$ je

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix},$$

teda **vzor** je vektor $[x, y]^T$ a **obraz** je vektor $[ax + by, cx + dy]^T$.

Ako bude vyzerať matica pre osovú súmernosť, stredovú súmernosť, otočenie, posunutie?

Osová súmernosť



Osová súmernosť

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Osová súmernosť

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je o_y, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Osová súmernosť

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je o_y, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je $y = x$, matica je $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Osová súmernosť

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je o_y, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je $y = x$, matica je $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je $y = ax + b$, matica je $\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$.

Osová súmernosť

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je o_y, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je $y = x$, matica je $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je $y = ax + b$, matica je $\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$.

Ako budú matice vyzerať pre $\mathbb{R}^3$?

Osová súmernosť v $\mathbb{R}^3$

- os súmernosti je rovina xy, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

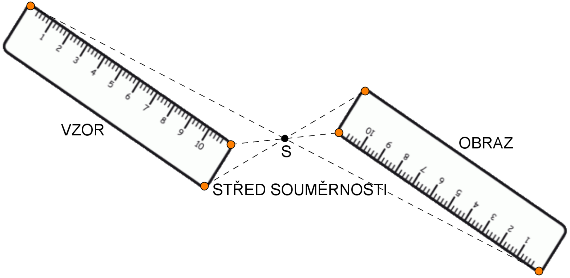
Osová súmernosť v $\mathbb{R}^3$

- os súmernosti je rovina xy, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je rovina xz, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Osová súmernosť v $\mathbb{R}^3$

- os súmernosti je rovina xy, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je rovina xz, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je rovina yz, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Stredová súmernosť



Stredová súmernosť

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Stredová súmernosť

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- stred súmernosti je $S = [a, b]$, matica je $\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$.

Stredová súmernosť

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
- stred súmernosti je $S = [a, b]$, matica je $\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$.

Ako budú matice vyzerať pre $\mathbb{R}^3$?

Stredová súmernosť

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

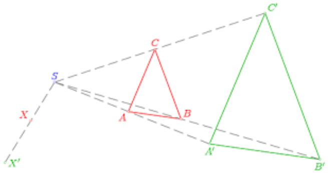
- stred súmernosti je $S = [a, b]$, matica je $\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$.

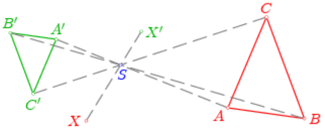
Ako budú matice vyzerať pre $\mathbb{R}^3$*?*

- stred súmernosti je $S = [0, 0, 0]$, matica je

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Rovnoľahlosť-zmenšenie, zväčšenie





Rovnoľahlosť-zmenšenie, zväčšenie

Nech koeficient zmenšenia (zväčšenia) je $k \in \mathbb{R}^+$, matica je

$$\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}.$$

Rovnoľahlosť-zmenšenie, zväčšenie

Nech koeficient zmenšenia (zväčšenia) je $k \in \mathbb{R}^+$, matica je

$$\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}.$$

Ako budú matice vyzerať pre $\mathbb{R}^3$*?*

Rovnoľahlosť-zmenšenie, zväčšenie

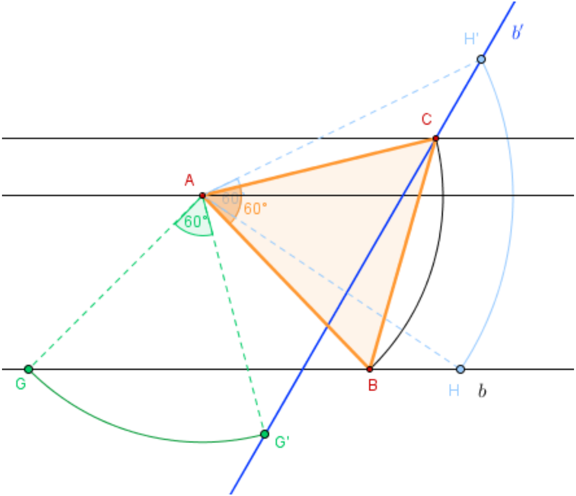
Nech koeficient zmenšenia (zväčšenia) je $k \in \mathbb{R}^+$, matica je

$$\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}.$$

Ako budú matice vyzerať pre $\mathbb{R}^3$*?*

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}.$$

Rotácia



Rotácia

Uhol rotácie je φ, stred je $[0,0]$, matica je $\begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$.

Rotácia

Uhol rotácie je φ, stred je $[0,0]$, matica je $\begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$. *Ako budú matice vyzerať pre* $\mathbb{R}^3$*?*

Rotácia v $\mathbb{R}^3$

- Rotácia okolo osi o_x: Uhol rotácie je φ, stred je $[0, 0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$

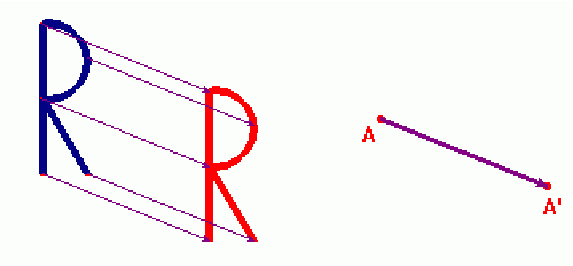
Rotácia v $\mathbb{R}^3$

- Rotácia okolo osi o_x: Uhol rotácie je φ, stred je $[0, 0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$
- Rotácia okolo osi o_y: Uhol rotácie je φ, stred je $[0, 0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$

Rotácia v $\mathbb{R}^3$

- Rotácia okolo osi o_x: Uhol rotácie je φ, stred je $[0,0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$
- Rotácia okolo osi o_y: Uhol rotácie je φ, stred je $[0,0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$
- Rotácia okolo osi o_z: Uhol rotácie je φ, stred je $[0,0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Translácia

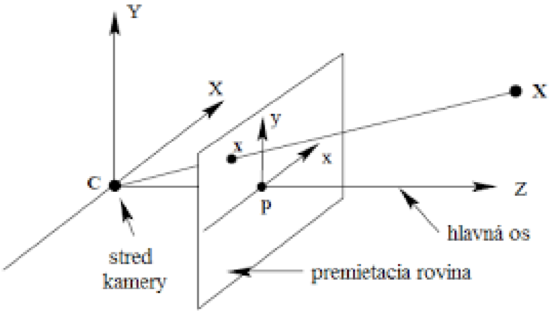


Translácia

Vektor translácie (posunutia) je $[u, v]$, matica je $\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$.

- *Vieme nahradiť "?" v matici?*
- *Je to problém?*
- *Homogénne súradnice.*

Homogénne súradnice



Homogénne súradnice

Homogénnymi súradnicami bodu $A = [x_A, y_A]$ *euklidovského priestoru sa nazýva každá usporiadaná trojica reálnych čísel* $[a_1, a_2, a_0]; a_0 \neq 0$, *pre ktorú platí*

$$x_A = \frac{a_1}{a_0}, y_A = \frac{a_2}{a_0}.$$

Základný tvar homogénnych súradníc vlastného bodu A *je usporiadaná trojica reálnych čísel* $[x_A, y_A, 1]$.

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je o_y, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- os súmernosti je o_x, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je o_y, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- os súmernosti je $y = x$, matica je $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Matice známych transformácií a homogénne súradnice

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Matice známych transformácií a homogénne súradnice

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
- Nech koeficient zmenšenia (zväčšenia) je $k \in \mathbb{R}^+$, stred je $S = [0, 0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Matice známych transformácií a homogénne súradnice

- stred súmernosti je $S = [0, 0]$, matica je $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- Nech koeficient zmenšenia (zväčšenia) je $k \in \mathbb{R}^+$, stred je $S = [0, 0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Uhol rotácie je φ, stred je $S = [0, 0]$, matica je
$$\begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Matice známych transformácií a homogénne súradnice

Vektor translácie (posunutia) je $[u, v]$, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & u \\ 0 & 1 & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Matice známych transformácií a homogénne súradnice

Vektor translácie (posunutia) je $[u, v]$, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & u \\ 0 & 1 & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Vektor translácie (posunutia) je $[u, v, t]$, matica je $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & u \\ 0 & 1 & 0 & v \\ 0 & 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.