Algoritmy pro vyhledávání a řazení

Jitka Kreslíková, Aleš Smrčka

2023

Fakulta informačních technologií
Vysoké učení technické v Brně

IZP – Základy programování

Algoritmy pro vyhledávání a řazení

- Metody vyhledávání
- Metody řazení

Algoritmy pro vyhledávání

- Vyhledávání (searching)
  - Algoritmy pro co nejefektivnější nalezení hledané informace.
  - Ne vždy lze v datech vyhledávat efektivně.
  - Rychlé vyhledávání → nutno podniknout jisté kroky už při ukládání dat.
  - Někdy nazýváno Ukládání a vyhledávání dat (Data Storage and Retrieval)
- Proč vyhledáváme určité údaje?

Klasifikace vyhledávacích algoritmů

- Podle místa uložení dat
  - **Interní** – data jsou uložena v operační paměti
  - **Externí** – data jsou uložena na disku nebo v jiné externí paměti
  - **Kombinované** – nalezení bloku dat na disku a dohledání v rámci nalezeného bloku v operační paměti

Klasifikace vyhledávacích algoritmů

- Podle principu vyhledávání
  - **Sekvenční** – sekvenčně se prochází prohledávaná struktura,
  - **Indexsekvenční** – přímým přístupem se nalezne blok a v něm se sekvenčně dohledá (ISAM - ***I**ndexed **S**equential **A**ccess **M**ethod*)
    [on line, cit. 2020-11-12]
    - **Vyhledávání v tabulkách s rozptýlenými položkami** (hash table) – index hledaného prvku se „vypočte" speciální funkcí.
  - **Nesekvenční v seřazeném poli** – index prvku se nalezne rychleji než sekvenčním průchodem,
  - **V seřazených stromech** – speciálně organizované struktury pro uložení prohledávaných dat,

Klasifikace vyhledávacích algoritmů

- Podle práce s klíči
  - Klíč = část prvku, podle kterého se vyhledává
    - Index, příjmení, rodné číslo, SPZ, výška, …
  - **Původní** klíče
    - Vyhledává se přímo podle hodnoty klíče
  - **Transformované** klíče
    - Původní klíč → úprava → transformovaný → vyšší efektivita vyhledávání.
    - Vedou k tabulkám s rozptýlenými položkami.

Klasifikace vyhledávacích algoritmů

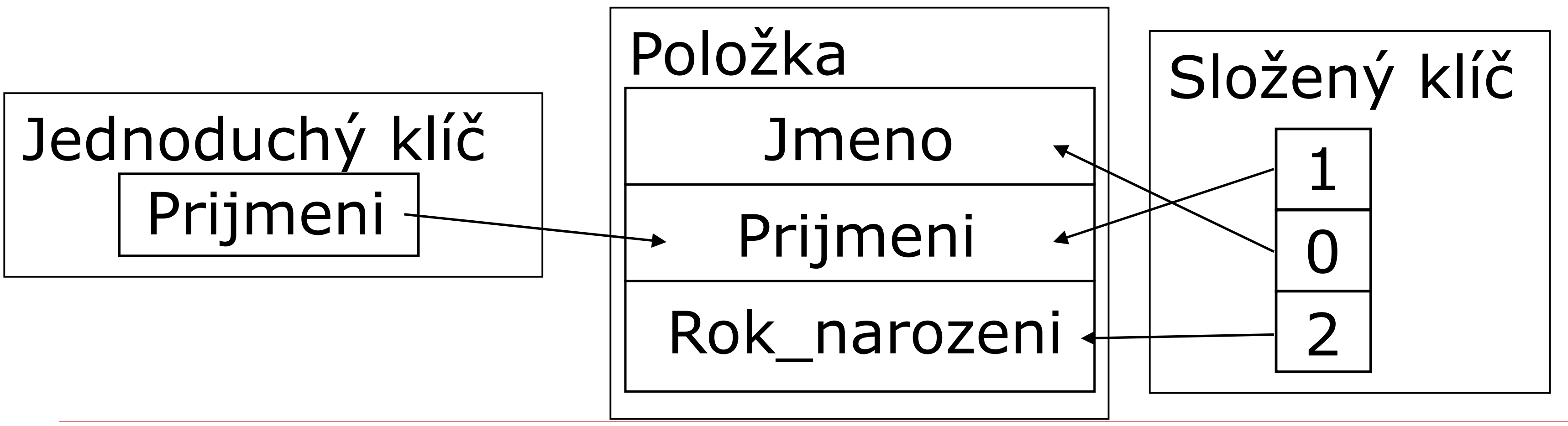
- Jednorozměrné vyhledávání
  - **Adresní**
    - Využívá jednoznačný vztah mezi hodnotou klíče a jeho umístěním ve vyhledávacím prostoru *S*.
    - Přímý přístup k prvkům pole pomocí indexů.
  - **Asociativní**
    - Porovnávání prvků
    - Při hledání prvku $x \in S$ se využívají relace (porovnávání) mezi prvky prostoru *S*
    - Mezi prvky musí existovat relace uspořádání.
    - Většinou požadujeme, aby byl prostor prvků uspořádán podle této relace.

Klasifikace vyhledávacích algoritmů

- Vícerozměrné vyhledávání
  - Zároveň podle více klíčů = **složený klíč**.
  - Nutno přizpůsobit datové struktury i algoritmy.
  - Dotazy lze rozdělit do tří kategorií
    - Dotazy na **úplnou shodu** – požaduje se shoda na všech klíčích.
    - Dotazy na **částečnou shodu** – požaduje se shoda jen na některých složkách klíče.
    - Dotazy na **intervalovou shodu** – požaduje se, aby hledaný klíč ležel v určeném intervalu.

Klasifikace vyhledávacích algoritmů

- Složený klíč
  - Více jednoduchých klíčů
  - Každá složka může obsahovat data různých datových typů
  - Porovnávání = zřetězení porovnávacích operací nad jednotlivými složkami ve správném pořadí.



Sekvenční vyhledávání

- Základní princip
  - Sekvenční průchod všemi položkami až do nalezení hledané položky nebo dosažení konce
- Datová struktura pro efektivní ukládání a vyhledávání informací → **tabulka**,
  - jednoduchá reprezentace → **pole**
  - prvky – struktury obsahující klíč a hodnotu,
- Pole
  - **Uspořádané** – podle hodnot klíčů
  - **Neuspořádané** – prvky jsou ukládány bez ohledu na hodnotu klíče

Sekvenční vyhledávání

- Vyhledávání prvku se zadaným klíčem znamená postupné prohledání – **sekvenční zpracování**.
- Nechť je dán datový typ:

```
typedef struct tpolozka
{
  typData data;
  typKlice klic;
} TPolozka;
```

- Nad typem **typKlice** je definována relace ekvivalence.
- Dále budeme používat funkce **isEqual** a **isLess** vracející hodnotu typu **bool**.

Sekvenční vyhledávání

- Poznámka 1
  - Porovnávání určitých typů dat není triviální operace, zvláště při použití složených klíčů.
- Poznámka 2
  - Struktura TPolozka obsahuje složku `klic` pouze pro názornost.
  - V praktických aplikacích většinou tvoří klíč samotné datové složky struktury.
- Další deklarace

```
TPolozka pole[N]; // tabulka
typKlice k;       // hledaný klíč
```

Sekvenční vyhledávání

Příklad: algoritmus sekvenčního vyhledávání v poli.

```
int i=0;
while (i<N && !isEqual(pole[i].klic, k))
  i++;
bool found = (i < N);
if (found) ... //prvek pole[i] je hledaným prvkem
```

Úkol: pokud by místo
`bool found =(i < N);` bylo použito:
`bool found = isEqual(pole[i].klic, k);`, mohlo by dojít k přístupu za hranici pole.
Pro který případ (jediný) by tato situace mohla nastat?

Sekvenční vyhledávání

- Sekvenční vyhledávání v poli se zarážkou
  - jednoduchou úpravou lze tento algoritmus zrychlit zjednodušením podmínky pro konec cyklu,
  - pole vytvoříme o jeden prvek delší – na konec se vloží hledaný klíč – zarážka,
  - cyklus skončí vždy „úspěšným vyhledáním", ke kterému dojde buď až na zarážce (neúspěšné vyhledání) nebo dříve (úspěšné vyhledání).

Sekvenční vyhledávání

Příklad: sekvenční vyhledávání v poli se zarážkou.

```
TPolozka pole[N+1];
...
pole[N].klic = k; // vložení zarážky
int i=0;
while(!isEqual(pole[i].klic, k))
  i++;
bool found = (i != N);
if (found) ... //prvek pole[i] je hledaným prvkem
```

Poznámka: při rušení položky z neseřazeného pole není nutné posouvat všechny prvky – stačí přesunout poslední prvek na místo rušeného prvku a snížit velikost pole.

Sekvenční vyhledávání

Příklad: sekvenční vyhledávání v seřazeném poli.

```
int i=0;
while (i<N && isLess(pole[i].klic, k))
  i++;
bool found = (i<N) && isEqual(pole[i].klic, k);
if (found) ... //prvek pole[i] je hledaným prvkem
```

- Dynamické vlastnosti vyhledávání v seřazeném poli
  - Při vkládání a rušení prvku nutno zachovat uspořádanost – může jít o „drahou“ operaci.
  - Do určitého počtu nových prvků je lepší přidávat na konec a neuspořádanou část projít sekvenčně.

Sekvenční vyhledávání

Příklad: vyhledávání v seřazeném poli se zarážkou.

```
TPolozka pole[N+1];
...
pole[N].klic = maxKlic;
// prvek s maximální hodnotou (klíčem)
// maxKlic je prvek s větší hodnotou (klíčem)
// než hodnoty všech prohledávaných prvků (klíčů)
int i=0;
while (isLess(pole[i].klic, k))
  i++;
bool found = isEqual(pole[i].klic, k));
if (found) ... //prvek pole[i] je hledaným prvkem
```

Nesekvenční vyhledávání

- Binární vyhledávání
  - Nechť pro pole implementující vyhledávací tabulku platí:

pole[0].klic < pole[1].klic < … < pole[N-1].klic,

  - dále nechť pro vyhledávaný klíč *k* platí:

k >= pole[0].klic a k <= pole[N-1].klic

  - Poznámka
    - Zde uváděné porovnávání – pouze zjednodušující abstrakce.

Nesekvenční vyhledávání

Princip binárního vyhledávání:

- vyhledávaný klíč se porovná s klíčem položky, která je umístěna v polovině vyhledávaného pole,
- dojde-li ke shodě, končí vyhledávání úspěšně,
- je-li vyhledávaný klíč menší, postupuje se porovnáváním prostředního prvku v levé polovině původního pole,
- je-li větší v pravé polovině původního pole,
- vyhledávání končí neúspěchem v případě, že prohledávaná část pole je prázdná (její levý index je větší než pravý).

Binární vyhledávání

Příklad: binární vyhledávání v seřazeném poli.

vyhledání 16

10	12	14	16	18	20	22	24	26	28

nalezen

Nesekvenční vyhledávání

Příklad: binární vyhledávání v seřazeném poli.

```
int search(Tpolozka a[], typKlice k, int l, int r)
{
  while (r >= l)
  {
    int m = (l + r) / 2;
    if (isEqual(k, a[m].klic)) return m;
    if (isLess(k, a[m].klic))
      r = m - 1;
    else
      l = m + 1;
  }
  return -1;  // nenalezen
}
```

Nesekvenční vyhledávání

- Binární vyhledávání
  - Délka prohledávané posloupnosti se po každém porovnání zmenší na polovinu.
  - Složitost metody: $O(log_2(N))$

Algoritmy pro řazení

- Vlastnosti metod řazení.
- Problematika porovnání český řetězců.
- Řazení podle více klíčů.
- Řazení bez přesunu položek.
- Metoda přímého výběru.
- Metoda bublinového řazení.
- Metoda přímého vkládání.

Obecná formulace problému řazení

- Je dána neprázdná množina

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\},$$

- je potřeba najít permutaci π těchto n prvků, která zobrazuje danou posloupnost do neklesající (nerostoucí) posloupnosti:

$$a_{\pi(1)}, a_{\pi(2)}, \ldots, a_{\pi(n)}$$

tak, že: $a_{\pi(1)} \leq a_{\pi(2)} \leq \ldots \leq a_{\pi(n)},$

- množinu U, ze které vybíráme prvky tříděné množiny, nazýváme ***univerzum,***

Obecná formulace problému řazení

- prvky množiny ***U*** se nazývají ***klíče*** a informace vázaná na klíč spolu s klíčem se nazývá ***záznam***
- jestliže je velikost vázané informace – záznamů příliš velká je výhodnější seřadit jen klíče s patřičnými odkazy na záznamy, které se v tomto případě nepřesouvají.
- Bez újmy na obecnosti budeme dále předpokládat, že řadíme pouze klíče.

Vlastnosti metod řazení

- **sekvenční řazení**
  - **sekvenčnost** je vlastnost, která vyjadřuje, že řadící algoritmus pracuje se vstupními údaji i s datovými meziprodukty v tom pořadí v jakém jsou lineárně uspořádány v datové struktuře
  - Příklad: lineárně vázaný seznam
- **nesekvenční řazení**
  - opakem sekvenčnosti je **přímý přístup** k jednotlivým položkám vstupní nebo pomocné struktury.
  - Příklad: pole

Vlastnosti metod řazení

- **Přirozenost**
  - T(seřazená) < T(náhodně uspořádaná) < T(opačně uspořádaná)
  - T – doba potřebná pro seřazení posloupnosti
- **Stabilita**
  - algoritmus zachovává relativní uspořádání duplicitních klíčů souboru se shodnými klíči.
  - nutná tam, kde řazení údajů podle klíče s vyšší prioritou nesmí porušit pořadí údajů se shodnými klíči vyšší priority, získané předcházejícím řazením množiny podle klíčů s nižší prioritou.
- **in situ** - metoda pracuje přímo v místě uložení řazených dat

Vlastnosti metod řazení

Příklad:stabilita metod řazení, seřazeno podle příjmení

Mocek	Tomasz	1000	
Musil	Martin	3000	
Navrkal	Pavel	5000	⇦
Nečas	Ondřej	7000	
Nechvátal	Tomáš	4000	
Němeček	Marek	2000	⇦
Neužil	Jiří	5000	⇦
Novosad	Marek	2100	
Novotný	Jaroslav	2000	⇦
Novotný	Tomáš	4500	
Obrdlík	Lukáš	5000	⇦
Oczko	Jakub	2300	

Vlastnosti metod řazení

Příklad: stabilita metod řazení.

Osoby seřazené podle platu				Osoby seřazené podle platu		
STABILNÍ METODOU				**NESTABILNÍ METODOU**		
Mocek	Tomasz	**1000**		**Mocek**	Tomasz	**1000**
Němeček	Marek	**2000**	⟺	**Novotný**	Jaroslav	**2000**
Novotný	Jaroslav	**2000**		**Němeček**	Marek	**2000**
Novosad	Marek	**2100**		**Novosad**	Marek	**2100**
Oczko	Jakub	**2300**		**Oczko**	Jakub	**2300**
Musil	Martin	**3000**		**Musil**	Martin	**3000**
Nechvátal	Tomáš	**4000**		**Nechvátal**	Tomáš	**4000**
Novotný	Tomáš	**4500**		**Novotný**	Tomáš	**4500**
Navrkal	Pavel	**5000**		**Obrdlík**	Lukáš	**5000**
Neužil	Jiří	**5000**	⟺	**Neužil**	Jiří	**5000**
Obrdlík	Lukáš	**5000**		**Navrkal**	Pavel	**5000**
Nečas	Ondřej	**7000**		**Nečas**	Ondřej	**7000**

Vlastnosti metod řazení

- **Složitost**
  - vyšetřování složitosti se *neodlišuje* od obvyklých postupů analýzy složitosti.
  - prostorová a časová složitost označuje míru prostoru resp. času potřebnou k realizaci daného algoritmu,
  - u řadicích algoritmů složitost označujeme jako funkci počtu n řazených prvků,
  - zajímá nás limitní chování složitosti – tzv. **asymptotická složitost,**
  - z hlediska prostorové složitosti jsou zajímavé zejména případy, kdy metoda pracuje přímo v místě uložení řazených dat (**in situ**) a nepotřebuje žádný (nebo jen minimální) přídavný prostor.

Problematika porovnání českých řetězců

- Normy:
  - ČSN ISO/IEC 14651- Informační technologie – Mezinárodní řazení a porovnání řetězců – Metoda pro porovnávání znakových řetězců a popis obecné šablony pro přizpůsobení řazení
  - ČSN 97 6030 – Abecední řazení, 1994 - stanoví pravidla uspořádání abecedních sestav všeho druhu, obsahujících česká a cizojazyčná hesla. Dále stanoví zásady pro řazení číslic, různých znamének, značek a obrazců do abecedního řazení.

Problematika porovnání českých řetězců

- Lexikografické porovnání řetězců
  - probíhá podle ordinálních čísel znaků
  - pouze pro angličtinu (bez diakritiky)

```
char str1[20], str2[20];
...
if (strcmp(str1, str2) > 0)
{ ... }
...
```

<0 – str1 je lexikograficky menší než str2
=0 – shodné
>0 – str1 je lexikograficky větší než str2

Problematika porovnání českých řetězců

- Znaky s diakritikou mají v běžných variantách kódu ASCII [on line, cit. 2020-11-12] (ASCII - wikipedie) ordinální čísla větší než 127.

Příklad českého řazení:

Pozor! Písmena s diakritikou:
základní pořadí: č, ř, š, ž
řadí se jako bez diakritiky: á,ď,é,ě,í,ň,ó,ť,ú,ů,ý

- Základní způsoby řešení:
  - **konverze** řetězců do váhového kódu a porovnání výsledku normálním operátorem,
  - speciální **porovnávací funkce.**

Problematika porovnání českých řetězců

- Triviální řešení:
  - překódovat znaky podle nového uspořádání

Kód	Znak
1	A
2	B
3	C
4	Č
5	D
6	E
7	F
.	.

- V takovém uspořádání by bylo nutné sekvenčně vyhledat požadovaný znak a z tabulky zjistit jeho pořadí
- Jinými slovy: na místo znaku 'A' přijde znak s kódem 1 (není podstatné jaký je to znak) a provede se normální porovnání.

Problematika porovnání českých řetězců

- Rychlá varianta:

```
const unsigned char XTABLE[256] =
{['A']=1, ['B']=2, ...};
char strCz[20], strComp[20];
...
int i;
for(i = 0; i < strlen(strCz); i++)
{
  strComp[i] = XTABLE[(unsigned)strCz[i]];
}
strComp[i] = '\0';
...
if(strcmp(strComp, str2) > 0)
{...}
```

Problematika porovnání českých řetězců

- Rychlá varianta:

```
const unsigned char XTABLE[256] =
{['A']=1, ['B']=2, ...};
```

Znak	Kód
A	1
B	2
C	3
D	5
.	.
Č	4
.	.
Ř	21

Pozor! V případě indexování znakem s diakritikou je nutné použít přetypování, např.: `[(unsigned char)'Č']`

Problematika porovnání českých řetězců

- Tato varianta neřeší problém dvojznaku "CH".
- **Řešení**
  - zahrnout CH do tabulky jako jeden znak na správné místo (za 'H')
  - překódovat CH v řetězci na znak, který s ničím nekoliduje – například #, @, nebo některý z netisknutelných znaků – při výpisu nutno překódovat zpět

Problematika porovnání českých řetězců

```
int i, j;
int length = strlen(strCz);
for(i = j = 0; i < length; i++, j++)
{
  if(strCz[i] == 'C' && i < (length-1)
     && strCz[i+1] == 'H')
  {
    strComp[j] = KodCh;
    i++;
  }
  else
    strComp[j] = XTABLE[(unsigned)strCz[i]];
}
strComp[j] = '\0';
```

Problematika porovnání českých řetězců

- Problém podpořadí:
  - České uspořádání není dáno jen váhou znaku, ale i pořadím znaků ('Á' není vždy větší než 'A').

Správně:		Chybně:
Janoš		Janoš
Jánoš		Janoušek
Jánošík		Jánoš
Janoušek		Jánošík
Jánský		Jánský

Problematika porovnání českých řetězců

- Uspořádání podle podpořadí
  - dáno nejprve pořadím znaků, podle první tabulky
  - až v případě shody se bere v úvahu druhá tabulka
- Možné řešení:
  - nezbytné víceprůchodové překódování
  - v prvním průchodu se provede konverze podle tabulky, která konvertuje znaky s podpořadím na stejný kód (např. 'A' i 'Á' stejně).
  - druhý průchod řetězcem provede kódování znaků podle tabulky s podpořadím a přidá pouze (překódované) znaky, kterých se to týká na konec překódovaného řetězce.

Problematika porovnání českých řetězců

- Poznámky:
  - existují obecné algoritmy vyhovující i složitějším jazykům než je čeština (čeština - pouze dvě úrovně).
  - Podle charakteru řešeného problému, může být někdy účelné pracovat se všemi znaky jako s velkými nebo jako s malými písmeny. Pak lze do překódovací tabulky uložit stejné váhy pro malá i pro velká písmena!!
  - Velká a malá písmena mají stejnou řadící platnost.

Problematika porovnání českých řetězců

- Knihovní nástroje pro práci s češtinou
  - int strcoll(const char *s1, const char *s2);
    - <string.h>
    - Pro porovnávání lokalizovaných řetězců. Nejdříve je ale nutné nastavit lokalizované prostředí.
  - char *setlocale(int category, const char *locale);
    - <locale.h>
    - konstanta: LC_COLLATE
    - Můžete použít pro kontrolu zda jste seřadili vaše data správně česky.

Problematika porovnání českých řetězců

- **Poznámky k předchozím algoritmům**
  - Předchozí algoritmy používaly pomocné řetězce pro uložení výsledku překódování – nepracují **in situ**.
  - Pro praktické použití **neefektivní**. (+ starosti s alokací paměti)
  - Princip překódování pomocí tabulek lze využít při implementaci *porovnávací funkce*, která bude znaky z řetězců jeden po druhém **překódovávat a rovnou porovnávat**.

Řazení podle více klíčů

Příklad: máme vytvořit dva seznamy osob z daného souboru s využitím jejich data narození.

V prvním seznamu budou osoby od nejstaršího k nejmladšímu, druhý seznam bude sloužit jako přehled o narozeninách.

Osoby se stejným datem narozenin (den, měsíc) budou seřazeny od nejstaršího k nejmladšímu.

Předpokládejme, že soubor neobsahuje dvě stejně staré osoby.

Řazení podle více klíčů

Nechť je definován typ:

```
typedef struct datum
{
  unsigned short int rok,
  unsigned char mesic, den;
} TDatum;
```

Pro první seznam mají klíče sestupnou prioritu v pořadí ROK, MESIC, DEN, zatímco pro druhý seznam, mají sestupnou prioritu v pořadí MESIC, DEN, ROK.

Řazení podle více klíčů

- Řešení č. 1
  - Složená relace uspořádání.
  - Funkce, která bude postupně srovnávat klíče se snižující se prioritou.
  - Nerovnost klíčů vyšší priority → relace je rozhodnuta. Jinak se postupuje k porovnání klíčů s nižší prioritou.
- Výhody
  - Jednoprůchodové řazení.
  - Funguje i pro nestabilní řadící metody.

Řazení podle více klíčů

- Řešení č. 2
  - Postupné řazení podle jednotlivých klíčů.
  - Nutno postupovat od nejmenší priority klíče k vyšší prioritě.
  - Např. seznam podle stáří: nejprve podle DEN, pak podle MESIC, nakonec podle ROK
- Výhoda
  - Jednodušší algoritmus
- Nevýhody
  - Řadící metoda musí být stabilní!
  - Víceprůchodové řešení → neefektivní

Řazení podle více klíčů

Příklad: funkce porovnání dat pro řazení prvního seznamu

```
// Vrací záporné číslo, pokud je první osoba
// (parametr) mladší než druhý, nulu, pokud
// jsou shodné a kladné číslo, pokud je první
// starší než druhý

int cmpDate(const TDatum *prvy,
            const TDatum *druhy)
{
  if(prvy->rok < druhy->rok)
    return 1;
 else if(prvy->rok > druhy->rok)
    return -1;
```

Řazení podle více klíčů

pokračování

```
  else { // roky jsou stejné
    if(prvy->mesic < druhy->mesic)
      return 1;
    else if (prvy->mesic > druhy->mesic)
      return -1;
    else { // roky i měsíce jsou stejné
      if(prvy->den < druhy->den)
        return 1;
      else if(prvy->den > druhy->den)
        return -1;
      else // obě data jsou shodná
        return 0;
}}}
```

Řazení bez přesunu položek

- Nejvýznamnější operace při řazení
  - porovnání dvou položek a přesun položky (např. výměna dvou položek).
- Přesun velkých položek → náročné, neefektivní.

Příklad: je dána struktura a pole nad ní:

```
typedef struct tpolozka
{
  TKlic klic;
  TData data;
} TPolozka;
TPolozka pole[N];
```

Řazení bez přesunu položek

Pak lze vytvořit pomocné pole indexů (ukazatelů):

```
int ppole[N];
```

Na počátku se *ppole* inicializuje tak, aby každý prvek měl hodnotu svého indexu:

```
for(int i =0; i < N; i++) ppole[i] = i;
```

Relace mezi prvky i_1 a i_2 bude mít v algoritmu řazení tvar např.:

```
pole[ppole[i1]].klic < pole[ppole[i2]].klic
```

a odpovídající přesun (výměna) bude mít tvar (změny pouze v *ppole*!!!):

```
int pom = ppole[i1];
ppole[i1] = ppole[i2];
ppole[i2] = pom;
```

Řazení bez přesunu položek

pole — před řazením — po seřazení

Index	data	klic	ppole (před řazením)	ppole (po seřazení)
0		13	0	2
1		15	1	0
2		11	2	1
3		18	3	3

Po seřazení lze do výstupního pole v jednom průchodu zapsat seřazené pole cyklem:

```
for(int i = 0; i < N; i++)
  vystPole[i] = pole[ppole[i]];
```

Rozdělení algoritmů řazení

- Podle typu paměti v níž je řazená struktura uložena
  - **vnitřní** (interní) metody řazení (metody řazení polí) předpokládají uložení seřazované struktury v operační paměti a přímý (nesekvenční) přístup k položkám struktury,
  - **vnější** (externí) řazení (metody řazení souborů) předpokládají sekvenční přístup k položkám seřazované struktury.
- Zvláštní skupina – indexsekvenční struktury (implementované na discích)
  - metody řazení často kombinují principy vnitřního i vnějšího řazení

Rozdělení algoritmů řazení

Sorting algorithm [on line, cit. 2019-11-10]

- Podle způsobu využití klíčů
  - **adresní řazení**
    - klíč je využit pro výpočet polohy ve výstupu
    - stanovení absolutní polohy prvku ***x*** na základě hodnoty ***Klíč(x)***

Rozdělení algoritmů řazení

- **asociativní řazení**
  - klíče jsou používány pro porovnání vzájemného pořadí prvků – využití hodnot klíčů ***x*** a ***y*** pro stanovení relativní polohy ve výstupu, tj. na základě ***Klíč(x) <= Klíč(y)***
  - jednotlivé metody se liší ve způsobu dělení úseku a v místě využití porovnání.
    - Dělení úseku může být:
      - ✓ vyvážené (úsek rozdělíme na dva přibližně stejné díly),
      - ✓ nevyvážené (jeden z dílů je výrazně menší - obvykle jednoprvkový).

Rozdělení algoritmů řazení

- podle řádu složitosti:
  - od $O(n \log_2 n)$ do $O(n^2)$
- podle základního principu řazení:
  - metody založené na principu **výběru** (selection) – postupný přesun největšího (nejmenšího) prvku do seřazené výstupní struktury,
  - metody založené na principu **vkládání** (insertion) – postupné zařazování prvku na správné místo ve výstupní struktuře,

Rozdělení algoritmů řazení

- metody založené na principu **rozdělování** (partition) – rozdělování řazené množiny na dvě části tak, že prvky jedné jsou menší než prvky druhé,
- metody založené na principu **setřídění** (merging) – sdružování seřazených podmnožin do větších celků,
- metody **založené na jiných principech** – nesourodá skupina ostatních metod nebo kombinací metod.

Rozdělení algoritmů řazení

Konvence po zápis řadících algoritmů:

1. Pro jednoduchost budeme ve všech algoritmech pracovat s rozměrem pole N (v praxi by bylo lepší rozměr předávat pomocí parametru funkce).

```
#define N 100
int pole[N];
```

2. Pole je pouze polem klíčů.
3. Budeme řadit vzestupně.

Metoda přímého výběru

(Straight selection-sort) [online, cit. 2022-12-04]

Algoritmus:

1. Pole je rozděleno na seřazenou část a neseřazenou část,
2. V neseřazené části se nalezne minimum a vymění se s prvkem bezprostředně následujícím za seřazenou částí a tento prvek se do ní zahrne,
3. Na začátku má seřazená část délku nula, na konci má délku pole.

Metoda přímého výběru

Příklad: je dána posloupnost čísel 11 3 27 8 50 22 12. Seřaďte ji metodou přímého výběru.

11	3	27	8	50	22	12
3	11	27	8	50	22	12
3	8	27	11	50	22	12
3	8	11	27	50	22	12
3	8	11	12	50	22	27
3	8	11	12	22	50	27
3	8	11	12	22	27	50

Metoda přímého výběru

```
void selectionSort(int pole[])
{
  for (int i = 0; i < N; i++) {
    int minI = i;       // index minima
    int min = pole[i]; // hodnota minima
    for (int j = i + 1; j < N; j++) {
      if (pole[j] < min) { // hledání minima
        minI = j;
        min = pole[j];
    } }
    pole[minI] = pole[i];
    pole[i] = min;
} }
```

Metoda přímého výběru

- Vlastnosti:
  - Celkový počet porovnání: $C = \frac{N^2 - N}{2}$
  - Počet přesunů: $M_{max} \cong \frac{N^2}{4} + 3(N-1)$
  - Složitost metody přímým výběrem je tedy *O(N²)*
  - Metoda není stabilní.
  - Paměťová složitost: *O(N)*
- Experimentální výsledky [10⁻²s]

n	128	256	512
OSP	64	254	968
NUP	50	212	744

Opačně seřazená posloupnost

Náhodně uspořádaná posloupnost

Metoda je přirozená

Metoda bublinového řazení

(Bubble-Sort) [online, cit. 2022-12-04]

Algoritmus:

1. Posloupnost rozdělíme na dvě části, setříděnou a nesetříděnou. Setříděná část je prázdná,
2. Postupně porovnáme všechny sousední prvky v nesetříděné části a pokud nejsou v požadovaném pořadí, prohodíme je,
3. Krok 2 opakujeme tak dlouho, dokud nesetříděná část obsahuje více než jeden prvek. Jinak algoritmus končí.

Metoda bublinového řazení

Příklad: je dána posloupnost čísel 11 27 8 50 22 3 12. Setřiďte ji metodou bublinového řazení.

11	27	8	50	22	3	12
3	11	27	8	50	22	12
3	8	11	27	12	50	22
3	8	11	12	27	22	50
3	8	11	12	22	27	50
3	8	11	12	22	27	50
3	8	11	12	22	27	50

Metoda bublinového řazení

Příklad: Modifikace kroku 3 (bublinové řazení): Pokud nastala v kroku 2 alespoň jedna výměna, došlo ke zmenšení nesetříděné části o jeden prvek, pokračujeme bodem 2. Jinak je třídění ukončeno.

11	27	8	50	22	3	12
3	11	27	8	50	22	12
3	8	11	27	12	50	22
3	8	11	12	27	22	50
3	8	11	12	22	27	50
3	8	11	12	22	27	50

Metoda bublinového řazení

```
void bubleSort(int pole[])
{
  for (int i = 0; i < N; i++)
  {
    for (int j = N - 1; j > i; j--)
    {
      if (pole[j - 1] > pole[j])
      { // výměna prvků
        int x = pole[j - 1];
        pole[j - 1] = pole[j];
        pole[j] = x;
} } } }
```

Metoda bublinového řazení

- Vlastnosti:
  - Počet porovnání v jednotlivých krocích bude $C_i = N - i$, počet přesunů v i-tém kroku je $M_i = 3(N - i)$. Celkem:

$$C = \sum_{i=2}^{N} C_i = \frac{N^2 - N}{2} \qquad M = \sum_{i=2}^{N} M_i = \frac{3(N^2 - N)}{2}$$

  - Časová složitost je $O(N^2)$, paměťová $O(N)$
  - Metoda je stabilní
- Experimentální výsledky [10^{-2}s]

n	256	512
NUP	338	1562
OSP	558	2224

Metoda je přirozená

Metoda bublinového řazení

- Je ze všech metod nejrychlejší pro uspořádané pole, v ostatních případech je nejhorší!!!
- Používat pouze v odůvodněných případech.
- Vhodná pro řazení seznamů.

- Poznámka: používá se v knihovnách pro řazení krátkých polí – méně než 10 prvků.

Metoda bublinového řazení

Varianty Bubble-Sort

- **Ripple-Sort** - pamatuje si, kde došlo v minulém průchodu k první výměně a začíná až z tohoto místa
- **Shaker-Sort** - prochází oběma směry a „vysouvá" nejmenší na začátek a největší na konec
- **Shuttle-Sort** - dojde-li k výměně, algoritmus se vrací s prvkem zpět, pokud dochází k výměnám. Pak se vrátí do místa, odkud se vracel a pokračuje

Varianty lze kombinovat.
Varianty jsou pěkná algoritmická cvičení, zlepšení složitosti jsou však pouze kosmetická.

Metoda bublinového řazení

- Srovnání experimentálních výsledků:

Seřazená posloupnost

n = 256	Bubble-Sort	Shaker-Sort
SP	2	2
NUP	388	340
OSP	588	588

Řazení na principu vkládání

(Insert-Sort) [online, cit. 2022-12-04]

Algoritmus:

1. Pole je rozděleno na seřazenou a neseřazenou část.
2. V seřazené části se nalezne pozice, na kterou přijde vložit první prvek z neseřazené části a od této pozice až do konce seřazené části se prvky odsunou.
3. Na začátku má seřazená část délku jedna.

Řazení na principu vkládání

Příklad: je dána posloupnost čísel 11 3 27 8 50 22 12. Setřiďte ji metodou vkládání.

11	3	27	8	50	22	12
3	11	27	8	50	22	12
3	11	27	8	50	22	12
3	8	11	27	50	22	12
3	8	11	27	50	22	12
3	8	11	22	27	50	12
3	8	11	12	22	27	50

Řazení na principu vkládání

```
void insertSort(int pole[])
{
  for (int i = 1; i < N; i++)
  {
    int x = pole[i];
    int j = i;
    while ((j > 0) && (x < pole[j - 1]))
    { // posuv prvků o jedničku doprava
      pole[j] = pole[j - 1];
      j--;
    }
    pole[j] = x;
  }
}
```

Řazení na principu vkládání

- Vlastnosti:
  - Nejhorší případ nastává, jestliže zdrojová posloupnost je uspořádána v opačném pořadí.
  - Počet porovnání pro *i*-tý prvek bude $C_i = i-1$ a počet přesunů $M_i = C_i+2$.
  - Celkový počet porovnání C_{max} a přesunů M_{max} pro nejhorší případ bude:

$$C_{\max} = \sum_{i=2}^{N} C_i = \frac{N^2 - N}{2} \qquad M_{\max} = \sum_{i=2}^{N} M_i = \frac{N^2 + 3N - 4}{2}$$

Řazení na principu vkládání

- Vlastnosti:
  - Složitost metody založené na principu vkládání je tedy $O(N^2)$.
  - Metoda je stabilní.
  - Paměťová složitost: $O(N)$.
  - Metoda je přirozená.

Algoritmy pro vyhledávání a řazení

Kontrolní otázky

1. Uveďte klasifikaci vyhledávacích algoritmů.
2. Vysvětlete princip sekvenčního vyhledávání v poli (v poli se zarážkou, v seřazeném poli, v seřazeném poli se zarážkou).
3. Vysvětlete princip binárního vyhledávání
4. Vysvětlete, co znamená když metoda řazení je: sekvenční, přirozená, stabilní, pracuje in situ.
5. Vysvětlete princip řazení podle více klíčů
6. Vysvětlete princip řazení bez přesunu položek.

Úkoly k procvičení

1. Realizujte algoritmy sekvenčního vyhledávání v neseřazeném poli s údaji o osobách, které budou obsahovat tyto údaje (JMÉNO, PŘÍJMENÍ, ULICE, MĚSTO). Uživatele nechte zvolit, podle jaké položky chce vyhledávat.
2. Realizujte vyhledávání záznamu ve stejném formátu, jako v předešlém případě, ale předpokládejte, že jsou seřazeny podle příjmení. V tomto případě nevyhledávejte podle jiných položek.
3. Pomocí stejné množiny dat srovnejte výsledky předchozích dvou programů.